

А. Ларин. Тренировочный вариант № 273.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение
$$\frac{\sin 5x \cdot \cos 3x - \sin 7x \cdot \cos x}{\cos 2x + \sin 2x} = 0$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

2. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром длины 1. Точка P — середина ребра $A_1 D_1$, точка Q делит отрезок AB_1 в отношении $2 : 1$, считая от вершины A , R — точка пересечения отрезков BC_1 и $B_1 C$.

- а) Найдите отношение, в котором плоскость сечения делит диагональ AC_1 куба.
б) Найдите периметр сечения куба плоскостью PQR .

3. Решите неравенство: $\log_{\frac{3x-4}{x+1}}(2x^2 - 3x) \geq \log_{\frac{3x-4}{x+1}}(17x - 20 - 3x^2)$.

4. На сторонах AC и BC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ACDE$ и $BFKC$. Точка M — середина стороны AB .

а) Докажите, что $CM = \frac{1}{2}DK$.

б) Найдите расстояния от точки M до центров квадратов, если $AC = 6$, $BC = 10$ и $\angle ACB = 30^\circ$.

5. Фермер, занимающийся производством ягод, посадил кусты крыжовника и смородины. Количество кустов крыжовника превышает количество кустов смородины менее чем на 4. Если число кустов смородины увеличить на 42, то оно превысит число кустов крыжовника, но не более чем в 3 раза. Если число кустов смородины увеличить в пять раз и прибавить удвоенное число кустов крыжовника, то результат не превысит 126. Найдите, сколько кустов крыжовника и сколько кустов смородины посадил фермер.

6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых ровно одна точка графика функции

$$y = 2x + (\lg a) \cdot \sqrt{\cos(2\pi x) + 2\cos(\pi x) - 3} + 1$$

лежит в области $(2x - 7)^2 + 4(y - 3)^2 \leq 25$.

7. Известно, что все члены арифметической прогрессии $\{a_n\}$ являются различными натуральными числами и что ее второй член в 8 раз больше первого.

а) Может ли один из членов этой прогрессии быть больше другого ее члена в 567 раз?

б) Найдите наименьшее возможное отношение двух членов этой прогрессии, отличных от a_1 , если известно, что отношение является целым числом, и укажите любую пару таких ее членов.

в) Найдите третий член этой прогрессии, если известно, что один из ее членов равен 546.