

### А. Ларин. Тренировочный вариант № 272.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sqrt{\frac{3}{2} + \cos^2 x} = \sin x - \cos x$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

2. Точка  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  является основанием высоты  $SO$  пирамиды  $SABCD$ . Плоскость, параллельная плоскости  $ABC$  пересекает ребра  $AS$ ,  $BS$ ,  $CS$  и  $DS$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  и  $D_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольники  $A_1B_1O$  и  $C_1D_1O$  равны.

б) Найдите объем пирамиды  $AA_1B_1BO$ , если  $AS = 15$ ,  $BS = 13$ ,  $AB = 6$ ,  $SO = 12$  и плоскость  $A_1B_1C_1$  делит  $SO$  в отношении  $3 : 2$ , считая от вершины  $S$ .

3. Решите неравенство: 
$$\frac{\lg(3x^2 - 3x + 7) - \lg(6 + x - x^2)}{(10x - 7)(10x - 3)} \geq 0.$$

4. В трапеции  $ABCD$  с меньшим основанием  $BC$  и площадью, равной 2, прямые  $BC$  и  $AD$  касаются окружности диаметром  $\sqrt{2}$  в точках  $B$  и  $D$  соответственно. Боковые стороны трапеции  $AB$  и  $CD$  пересекают окружность в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Длина  $MN$  равна 1.

а) Найдите величину угла  $MBN$ .

б) Найдите длину основания  $AD$ .

5. Вкладчик разместил в банке 32 тысячи рублей. Несколько лет он получал то 5%, то 10% годовых, а за последний год получил 25% годовых. При этом проценты начислялись в конце каждого года и добавлялись к сумме вклада. В результате его вклад стал равен 53361 рублю. Сколько лет пролежал вклад?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y^2 - (x^2 + \sqrt{2|x| - x^2} - 4) \cdot y + (x^2 - 4) \cdot \sqrt{2|x| - x^2} = 0, \\ y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно 3 решения.

7. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три непустые группы. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли получиться одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли получиться одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите минимальное возможное значение максимального из получаемых средних арифметических.