

А. Ларин. Тренировочный вариант № 271.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\cos x - 2 \sin 2x \sin x - 4 \cos 2x - 4 \sin^2 x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$.

2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре B_1C_1 отмечена точка L так, что $B_1L = 1$. Точки K и M — середины ребер AB и A_1C_1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой — точка M , а основание — сечение данной призмы плоскостью γ .

3. Решите неравенство: $(x^2 + 3x + 2) \cdot \log_{x+3}(x+2) \cdot \log_3(x-1)^2 \leq 0$.

4. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , а BH — высота этого треугольника.

а) Докажите, что углы ABH и CBO равны.

б) Найдите BH , если $AB = 16$, $BC = 18$, $BH = BO$.

5. В распоряжении прораба имеется бригада рабочих в составе 26 человек. Их нужно распределить на строительство двух частных домов, находящихся в разных городах. Если на строительстве первого дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет $3t^2$ д. е. Если на строительстве второго дома работает t человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ д. е. Дополнительные суточные накладные расходы (транспорт, питание и т. п.) обходятся в 4 д. е. в расчёте на одного рабочего при строительстве первого дома и в 3 д. е. при строительстве второго дома. Как нужно распределить на эти объекты рабочих бригады, чтобы все выплаты на их суточное содержание (т. е. суточная зарплата и суточные накладные расходы) оказались наименьшими? Сколько д. е. в сумме при таком распределении составят все суточные затраты (на зарплату и накладные расходы)?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых хотя бы одно решение неравенства

$$x^2 + a + |x - a - 3| + 6 \leq 5x$$

принадлежит отрезку $[1; 2]$.

7. а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр десятичной записи которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.

б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр десятичной записи которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все такие четырёхзначные числа, произведение цифр десятичной записи которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.