

А. Ларин. Тренировочный вариант № 268.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\log_{\sin(-x)} \left(\sin \frac{x}{2} + \sin \frac{3x}{2} \right) = 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; 2\pi]$.

2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S длина перпендикуляра, опущенного из основания H высоты пирамиды SH на грань SDC равна $\sqrt{6}$, а угол наклона бокового ребра SB к плоскости основания равен 60° .

а) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $SABCD$.

б) Через середину высоты SH пирамиды проведена плоскость, параллельная основанию $ABCD$. Найдите отношение площади сечения описанного около пирамиды шара к площади сечения пирамиды этой плоскостью.

3. Решите неравенство: $\log_{5-4x-x^2}(5-9x-2x^2) \leq \log_{1-x}(1-2x)$.

4. Отрезок KB является биссектрисой треугольника KLM . Окружность радиуса 5 проходит через вершину K , касается стороны LM в точке B и пересекает сторону KL в точке A . Известно, что $ML = 9\sqrt{3}$, $KA : LB = 5 : 6$.

а) Найдите угол K треугольника KLM .

б) Найдите площадь треугольника KLM .

5. Малое предприятие выпускает изделия двух типов. Для изготовления изделия первого типа требуется 9 часов работы станка A и 11 часов работы станка B . Для изготовления изделия второго типа требуется 13 часов работы станка A и 3 часа работы станка B (станки могут работать в любой последовательности). По техническим причинам станок A может работать не более 130 часов в месяц, а станок B — не более 88 часов в месяц. Каждое изделие первого типа приносит предприятию 22 000 д. е. прибыли, а каждое изделие второго типа — 26 000 д. е. прибыли. Найдите наибольшую возможную ежемесячную прибыль предприятия и определите, сколько изделий первого типа и сколько изделий второго типа следует выпускать для получения этой прибыли.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^3 - (a+3)x^2 + (3a+2)x - 2a \geq 0, \\ x^3 - (a+3)x^2 + 3ax \leq 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три непустые группы. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли получиться одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли получиться одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите минимальное возможное значение максимального из получаемых средних арифметических.