

А. Ларин. Тренировочный вариант № 266.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

2. Длина ребра куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 1. На ребре AA_1 взята точка E так, что длина отрезка AE равна $\frac{1}{3}$. На ребре BC взята точка F так, что длина отрезка BF равна $\frac{1}{4}$. Через центр куба и точки E и F проведена плоскость α .

- а) Найдите угол между плоскостью ABC и α .
- б) Найдите расстояние от вершины B_1 до плоскости α .

3. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) \geq -2$.

4. В окружность с центром O вписан треугольник ABC ($\angle A > \frac{\pi}{2}$). Продолжение биссектрисы AF угла A этого треугольника пересекает окружность в точке L , а радиус AO пересекает сторону BC в точке E . Пусть AH — высота треугольника ABC . Известно, что $AL = 4\sqrt{2}$, $AH = \sqrt{2\sqrt{3}}$, $\angle AEH = \frac{\pi}{3}$.

- а) Докажите, что AF — биссектриса угла EAH .
- б) Найдите отношение площади треугольника OAL к площади четырехугольника $OEFL$.

5. В два различных сосуда налиты растворы соли, причем в 1-й сосуд налито 5 кг, а во второй — 20 кг. При испарении воды процентное содержание соли (по массе) в первом сосуде увеличилось в p раз, а во втором — в q раз. О числах p и q известно, что $pq = 9$. Какое наибольшее количество воды могло при этом испариться из обоих сосудов вместе?

6. При каких значениях параметра a неравенство

$$(a^3 + (1 - \sqrt{2})a^2 - (3 + \sqrt{2})a + 3\sqrt{2})x^2 + 2(a^2 - 2)x + a > -\sqrt{2}$$

выполнено для любого $x > 0$?

7. а) Чему равно максимальное значение разности трёхзначного числа и суммы кубов его цифр?

б) Для какого числа оно достигается?

в) Чему равно минимальное значение этой разности?