А. Ларин. Тренировочный вариант № 257.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 2x=(\sqrt{3}-1)\cos^2 x+1.$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\ \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

2. Диагональ основания $ABCD$ правильной пирамиды $SABCD$ равна 8, высота пирамиды SO равна 1. Точка M — середина ребра SC, точка K — середина ребра CD.

а) Найдите угол между прямыми BM и SK.

б) Найдите расстояние между прямыми BM и SK.

3. Решите неравенство: $\log_2(5-x)\cdot\log_{x+1}\dfrac{1}{8}\geqslant -6.$

4. В прямоугольном треугольнике ABC из точки E, расположенной в середине катета BC, опущен перпендикуляр EL на гипотенузу AB, $AE=\sqrt{10}EL$, $BC>AC$.

а) Найдите углы треугольника ABC.

б) Найдите отношение $\dfrac{AE}{CL}$.

5. Школьник купил тетради трех типов: в клетку, в линейку и в треугольник. Цена тетрадей в клетку и в линейку одинакова и выражается целым числом рублей, тетради в треугольник продаются по 50 рублей за штуку. Тетрадей в клетку было куплено 12 штук, в линейку — на 150 рублей, а в треугольник — столько же, сколько тетрадей в линейку. Какова наименьшая сумма, которую школьник мог заплатить за тетради?

6. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение

$$4a^2x^4+(2a-8)x^2+a+|a|=0$$

имеет ровно три корня на промежутке $(-1;\ 1]$.

7. Бесконечная арифметическая прогрессия $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n,\ \ldots$ состоит из различных натуральных чисел.

а) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_7$ ровно три числа делятся на 24?

б) Существует ли такая прогрессия, в которой среди чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_{30}$ ровно 9 чисел делятся на 24?

в) Для какого наибольшего натурального числа n могло оказаться так, что среди чисел $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_{3n}$ больше кратных 24, чем среди чисел $a_{3n+1},\ a_{3n+2},\ \ldots,\ a_{7n}$, если известно, что разность прогрессии равна 1?