

А. Ларин: Тренировочный вариант № 251.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

2. Ребро SA пирамиды $SABC$ перпендикулярно плоскости ABC , $AB = 2$, $AC = 1$, $\angle BAC = 120^\circ$, $SA = 3\sqrt{2}$. Сечения пирамиды двумя параллельными плоскостями, одна из которых проходит через точку C и середину ребра AB , а другая — через точку B , имеют равные площади.

- а) Найти объемы многогранников, на которые разбивают пирамиду плоскости сечений.
- б) Найти расстояние между секущими плоскостями.

3. Решите неравенство: $x \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{3} - x\right) \geq |x|$.

4. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC является хордой окружности ω радиуса 10. Вершина C лежит на диаметре окружности ω , который параллелен гипотенузе. Угол CAB равен 75° .

- а) Найдите площадь треугольника ABC .
- б) Найдите расстояние между центрами окружности ω и окружности, вписанной в треугольник ABC .

5. Цех сборки может выпускать 50 мотоциклов и 150 скутеров в день. Отдел технического контроля в день может проверить не более 75 изделий. Мотоцикл в полтора раза дороже скутера. Сколько мотоциклов и сколько скутеров нужно выпускать в сутки, чтобы общая стоимость продукции была наибольшей и все изделия были проверены отделом технического контроля.

6. При каких значениях $x \neq 0$, неравенство

$$x^2 \left(1 - \frac{x^2 a}{x^2 + a^2}\right) - x \left(1 - \frac{x^2 a}{x^2 + a^2}\right) \geq 0$$

выполняется при любых значениях a .

7. Пусть $S(n)$ — сумма цифр натурального числа n .

- а) Существует ли такое двузначное число n , для которого выполняется условие $S(n) = S(2n)$?
- б) Существует ли такое двузначное число n , все цифры которого четны, для которого выполняется условие $S(n) = S(2n)$?
- в) Найдите количество трехзначных чисел n , все цифры которых нечетны, для которых выполняется условие $S(n) = S(2n)$.