

А. Ларин. Тренировочный вариант № 278.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) = -2\cos^2\left(\frac{\pi}{12} + x\right) - 1$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 4. Точки M и N — середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении 5 : 1, считая от точки C .

б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

3. Решите неравенство: $3^{2x^2} + 3^{x^2+2x+5} \geq 10 \cdot 3^{4x+6}$.

4. В четырехугольнике $ABCD$ через каждую его вершину проведена прямая, проходящая через центр вписанной в него окружности. Три из этих прямых обладают тем свойством, что каждая из них делит площадь четырехугольника на две равновеликие части.

а) Докажите, что и четвертая прямая обладает тем же свойством.

б) Какие значения могут принимать углы этого четырехугольника, если один из них равен 108° ?

5. В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на 6 лет в размере 880 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с долгом на конец предыдущего года;
- с февраля по июнь ежегодно необходимо выплатить по 250 000 рублей;
- в 2024 и 2025 годах дополнительно производятся выплаты по S рублей;
- к июлю 2025 года долг будет выплачен полностью.

Найдите S .

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 \operatorname{ctg}^2 x - 9a + a^2 = 4a \sin x$$

имеет хотя бы один корень.

7. Учащиеся 11 классов сдавали тесты по различным предметам. Каждый тест оценивается от 0 до 100 баллов. После получения результатов пятеро друзей решили сравнить полученные баллы. Каждый сдавал русский язык и профильную математику, четверо сдавали физику, трое сдавали информатику, двое сдавали обществознание. Общая сумма баллов по физике не больше 300, а по информатике — не меньше 220. Сумма баллов по обществознанию оказалась равна сумме двух лучших результатов по физике и информатике.

а) Мог ли один из друзей не сдать хотя бы один экзамен?

б) Могли ли двое не сдать какой-то экзамен, если два участника написали обществознание на 78 и 87 баллов?

в) Какое наибольшее количество участников могли не сдать хотя бы один экзамен, если лучшая работа по физике оценена не более чем в 80 баллов, по информатике — не более 75 баллов, по обществознанию — не менее 90 баллов?

Указание. Тест считается несданным, если за него получено 0 баллов.