

### А. Ларин: Тренировочный вариант № 248.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sin^2 2x + \sin^2 4x = 1 - \frac{\cos 2x}{\cos 3x}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ .

2. Основание прямой призмы  $KLMNK'L'M'N'$  — ромб  $KLMN$  с углом  $60^\circ$  при вершине  $K$ . Точки  $E$  и  $F$  — середины ребер  $LL'$  и  $LM$  призмы. Ребро  $SA$  правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$  ( $S$  — вершина) лежит на прямой  $LN$ , вершины  $D$  и  $B$  — на прямых  $MM'$  и  $EF$  соответственно. Известно, что  $SA = 2AB$ .

а) Докажите, что точка  $B$  лежит на прямой  $MM'$ .

б) Найдите отношение объемов призмы и пирамиды.

3. Решите неравенство:  $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \frac{x^2 - |x| - 12}{x + 3} > 0$ .

4. Продолжения медиан  $AM$  и  $BK$  треугольника  $ABC$  пересекают описанную около него окружность в точках  $E$  и  $F$  соответственно, причем  $AE : AM = 2 : 1$ ,  $BF : BK = 3 : 2$ .

а) Докажите, что прямая  $AB$  параллельна прямой  $CE$ .

б) Найдите углы треугольника  $ABC$ .

5. На каждом из двух комбинатов работает по 1800 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь  $A$  или 2 детали  $B$ . На втором комбинате для изготовления  $t$  деталей (и  $A$ , и  $B$ ) требуется  $t^2$  человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь  $A$ , или 1 деталь  $B$ . При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение

$$a^2 \left| a + \frac{x}{a^2} \right| + |1 + x| = 1 - a^3$$

имеет не менее четырех различных решений, являющихся целыми числами.

7. При изучении темы «Среднее арифметическое» в классе из 34 учащихся раздали синие и красные карточки, при этом каждый из учеников получил хотя бы одну карточку, но не более одной каждого цвета. На каждой карточке написано одно целое число от 0 до 20 (на различных карточках могут быть записаны одинаковые числа). Среднее арифметическое по всем розданным карточкам оказалось равным 15 по каждому цвету в отдельности. Затем каждый ученик назвал наибольшее из чисел на своих карточках (если ему досталась одна карточка, то он назвал число, написанное на этой карточке). Среднее арифметическое всех названных чисел оказалось равно  $S$ .

а) Приведите пример, когда  $S < 15$ .

б) Могло ли  $S$  быть равным 9?

в) Найдите наименьшее значение  $S$ , если по две карточки получили 17 учеников.