

### А. Ларин: Тренировочный вариант № 243.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $5 \cdot 25^{x-\frac{1}{2}} - 19 \cdot 10^x + 6 \cdot 4^{x+\frac{3}{2}} = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[3; 4]$ .

2. На ребре  $SD$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  отмечена точка  $M$ , причем  $SM : MD = 3 : 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $BC$  и  $AD$  соответственно

а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью  $MPQ$  является равнобедренной трапецией.

б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость  $MPQ$  разбивает пирамиду.

3. Решите неравенство:  $\frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 9} - \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1} - 3^{x-1} > 0$ .

4. Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $AB$ ,  $AC$  и  $BC$  в точках  $C_1$ ,  $B_1$  и  $A_1$  соответственно. Биссектриса угла  $A$  пересекает эту окружность в точке  $Q$ , лежащей внутри треугольника  $AB_1C_1$ .

А) Докажите, что  $C_1Q$  — биссектриса угла  $AC_1B_1$ .

Б) Найдите расстояние от точки  $O$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $AB_1C_1$ , если известно, что  $BC = 9$ ,  $AB = 10$ ,  $AC = 17$ .

5. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

7. а) Существует ли натуральное число  $n$ , делящееся нацело на 12 и при этом имеющее ровно 12 различных делителей (включая единицу и само число  $n$ )?

б) Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на 14 и имеющие ровно 14 различных натуральных делителей.

в) Существует ли натуральное число, делящееся нацело на 2014 и имеющее ровно 2014 различных натуральных делителей?