

А. Ларин: Тренировочный вариант № 243.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

- 1.** а) Решите уравнение $5 \cdot 25^{x-\frac{1}{2}} - 19 \cdot 10^x + 6 \cdot 4^{x+\frac{3}{2}} = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3; 4]$.

- 2.** На ребре SD правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ отмечена точка M , причем $SM : MD = 3 : 2$. Точки P и Q — середины рёбер BC и AD соответственно
 а) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ является равнобедренной трапецией.
 б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

- 3.** Решите неравенство: $\frac{4}{\left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} - 9} - \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1} - 3^{x-1} > 0$.

- 4.** Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается его сторон AB , AC и BC в точках C_1 , B_1 и A_1 соответственно. Биссектриса угла A пересекает эту окружность в точке Q , лежащей внутри треугольника AB_1C_1 .

- А) Докажите, что C_1Q — биссектриса угла AC_1B_1 .
 Б) Найдите расстояние от точки O до центра окружности, вписанной в треугольник AB_1C_1 , если известно, что $BC = 9$, $AB = 10$, $AC = 17$.

- 5.** 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца
 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга
 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

- 6.** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

- 7.** а) Существует ли натуральное число n , делящееся нацело на 12 и при этом имеющее ровно 12 различных делителей (включая единицу и само число n)?
 б) Найдите все натуральные числа, делящиеся нацело на 14 и имеющие ровно 14 различных натуральных делителей.
 в) Существует ли натуральное число, делящееся нацело на 2014 и имеющее ровно 2014 различных натуральных делителей?