

А. Ларин: Тренировочный вариант № 240.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos 2x = \sin x + \sqrt{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. Дана четырехугольная пирамида $SABCD$ с вершиной S и прямоугольником $ABCD$ в основании. Известно, что $SA = SB = SC = SD = 13$, $AD = BC = 12$, $AB = CD = 5$. Из точки A на ребро SC опущен перпендикуляр AH .

а) Докажите, что $SH = CH$.

б) Найдите длину отрезка HK , где K — точка пересечения ребра SB плоскостью, проходящей через точку H перпендикулярно ребру SB .

3. Решите неравенство: $\frac{3^{2x} - 54 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2(x+1)} - 1}{x + 3} \leq 0$.

4. На диагонали LN параллелограмма $KLMN$ отмены точки P и Q , причем $LP = PQ = QN$.

а) Докажите, что прямые KP и KQ проходят через середины сторон параллелограмма.

б) Найдите отношение площади параллелограмма $KLMN$ к площади пятиугольника $MRPQS$, где R — точка пересечения KP со стороной LM , S — точка пересечения KQ с MN .

5. В июле планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (S — натуральное число) сроком на 3 года. Условия возврата кредита таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 22,5% по сравнению с концом предыдущего года;
- в июне каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года величина долга задается таблицей

Год	2018	2019	2020	2021
Долг, тыс. руб.	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

имеет решения, и определите то решение, которое получается только при единственном значении параметра a .

7. В течение четверти учитель ставил школьникам отметки «1», «2», «3», «4» и «5». Среднее арифметическое отметок ученика оказалось равным 4,7.

а) Какое наименьшее количество отметок могло быть у ученика?

б) Какое наименьшее количество отметок могло быть у ученика, если среди этих отметок есть отметка «1»?

в) Учитель заменил четыре отметки «3», «3», «5» и «5» двумя отметками «4». На какое наибольшее число может увеличиться среднее арифметическое отметок ученика после такой замены?