

А. Ларин: Тренировочный вариант № 198.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\cos^2 x \left(\operatorname{tg} \left(\frac{9\pi}{2} + x \right) - 3 \operatorname{tg}^2(\pi - x) \right) = \cos 2x - 1$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4; -1]$.

2. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC , в котором $AB = AC$.

а) Докажите, что объем пирамиды $A_1BCC_1B_1$ составляет $\frac{2}{3}$ объема призмы.

б) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $A_1BCC_1B_1$, если известно, что $AB = 5$, $BC = 6$, $AA_1 = 15$.

3. Решите неравенство: $4 \cdot \log_2(8 - 2^{1+x^2}) - \log_2^2(2^{3-x^2} - 2) \leq 4x^2 + 3$.

4. В треугольнике ABC проведена биссектриса BK и на сторонах BA и BC взяты соответственно точки M и P так, что $\angle AKM = \angle CKP = \frac{1}{2} \angle ABC$.

а) Докажите, что прямая AC касается окружности, описанной около треугольника MBP .

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника MBP , если известно, что $AB = 10$, $BC = 15$, $AC = 20$.

5. 1 мая 2017 г. Татьяна Константиновна положила 10 000 000 рублей в банк сроком на 1 год с ежемесячным начислением процентов и капитализацией под $a\%$ годовых. Это означает, что первого числа каждого месяца сумма вклада увеличивается на одно и то же количество процентов, рассчитанное таким образом, что за 12 месяцев она увеличится ровно на $a\%$. Найдите a , если известно, что через 6 месяцев сумма вклада Татьяны Константиновны составила 10 400 000 рублей.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом система

$$\begin{cases} y^2 - 2x^2 + xy + 9x - 9 = 0, \\ ax^2 + 2ax - y - 3 + a = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. Государство Новая Анчурия расположено на острове, имеющем форму круга. В стране 11 городов, расположенных на побережье. Каждый город напрямую соединен с каждым из остальных городов автотрассой.

а) Сколько автотрасс в государстве Новая Анчурия?

б) После наводнения несколько автотрасс в стране закрыли на ремонт. Могло ли оказаться так, что теперь каждый город острова стал напрямую соединен автотрассой ровно с пятью другими городами?

в) Какое наибольшее число автотрасс в Новой Анчурии можно одновременно закрыть на ремонт, чтобы из каждого города можно было добраться на автомобиле до любого другого?