

## Основная волна ЕГЭ по математике 29.05.2019. Вариант 405

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 2 \cos x + \sqrt{2}$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

2. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона основания  $AB$  равна 4, а боковое ребро  $SA = 8$ . На рёбрах  $CD$  и  $SC$  отмечены точки  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $DN : NC = SK : KC = 1 : 3$ . Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $KN$  и параллельна прямой  $BC$ .

- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит ребро  $AB$  в отношении 1 : 3, считая от вершины  $A$ .  
б) Найдите расстояние между прямыми  $SA$  и  $KN$ .

3. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{4}}((2-x)(x^2+7)) \leq \log_{\frac{1}{4}}(x^2-5x+6) + \log_{\frac{1}{4}}(5-x)$ .

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$   $\angle A = 60^\circ$ . Высоты  $BN$  и  $CM$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $H$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около  $\triangle ABC$ .

- а) Докажите, что  $AH = AO$ .  
б) Найдите площадь  $\triangle AHO$ , если  $BC = 6\sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{2a - x^2 - 3x}{x + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

7. В течение  $n$  дней каждый день на доску записывают натуральные числа, каждые из которых меньше 6. При этом каждый день (кроме первого) сумма чисел, записанных на доску в этот день, больше, а количество чисел меньше, чем в предыдущий день.

- а) Известно, что сумма чисел, записанных в первый день, равна 8. Может ли  $n$  быть больше 7?  
б) Может ли среднее арифметическое чисел, записанных в первый день, быть меньше 4, среднее арифметическое всех чисел, записанных за все дни, быть больше 4,5?  
в) Известно, что  $n = 4$ . Какое наименьшее количество чисел могло быть записано за все эти дни?