

Основная волна ЕГЭ по математике 29.05.2019. Вариант 991

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2 \cos 2x + 4\sqrt{3} \cos x - 7 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

2. В правильном тетраэдре $ABCD$ точки K и M — середины ребер AB и CD соответственно. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой AD .

а) Докажите, что сечение тетраэдра плоскостью α — квадрат.

б) Найдите площадь сечения тетраэдра $ABCD$ плоскостью α , если $AB = 2\sqrt{3}$.

3. Решите неравенство $\log_2((x-1) \times (x^2+3)) \leq \log_2(4x-x^2-3) + \log_2(5-x)$.

4. В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC , а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C , причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ — биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.

б) Найдите PQ , если $BC = 3$, а $AC = 5$.

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн рублей на срок 4 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 4 млн рублей, а наименьший — не менее 2,5 млн рублей.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{9x^2 - a^2}{3x - 9 - 2a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

7. Пять различных натуральных чисел таковы, что никакие два не имеют общего делителя, большего 1.

а) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 26?

б) Может ли сумма всех пяти чисел быть равна 23?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма всех пяти чисел?