

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 239.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $\sin x = \cos^2 x + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sin(\frac{\pi}{6})} \right)$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ -\frac{\pi}{2}; \pi \right]$ .

2. В основании  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 4$  и  $BC = \sqrt{33}$ , все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали  $BD$  основания  $ABCD$  отмечена точка  $E$ , а на ребре  $AS$  — точка  $F$  так, что  $SF = BE = 3$ .

а) Докажите, что плоскость  $CEF$  параллельна  $SB$ .

б) Пусть плоскость  $CEF$  пересекает ребро  $SD$  в точке  $Q$ . Найдите расстояние от  $Q$  до плоскости  $ABC$ .

3. Решите неравенство:  $(x^2 - 8x + 15)(2^{x-3} + 2^{3-x} - 2)^{-1} \cdot \sqrt{x-1} \leq 0$ .

4. Дан выпуклый четырехугольник  $ABCD$  с прямым углом  $A$ . Окружность, проходящая через вершины  $A$ ,  $B$  и  $D$  пересекает стороны  $BC$  и  $CD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Прямые  $BN$  и  $DM$  пересекаются в точке  $P$ , а прямая  $CP$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что точки  $A$ ,  $M$ ,  $P$  и  $K$  лежат на одной окружности.

б) Найдите радиус этой окружности, если известно, что прямая  $CK$  параллельна прямой  $AM$  и  $AB = AK = KD = 4\sqrt{5}$ .

5. Банк планирует вложить на 1 год 30% имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината, а остальные 70% — в строительство торгового комплекса. В зависимости от обстоятельств первый проект может принести банку прибыль в размере от 32% до 37% годовых, а второй проект — от 22 до 27% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в покупку акций и строительство торгового комплекса может при этом получить банк.

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\begin{aligned} & (|2x + 1 - a| + |2x + 1 + a| - 2a) \times \\ & \times (|x^2 - 2x + a| + |x^2 - 2x - a| - 2a) = 0 \end{aligned}$$

имеет ровно четыре целых решения.

7. Пусть  $K(n)$  обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа  $n$ .

а) Существует ли такое трехзначное число  $n$ , что  $K(n) = 171$ ?

б) Существует ли такое трехзначное число  $n$ , что  $K(n) = 172$ ?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение  $4K(n) - n$ , если  $n$  — трехзначное число?