

А. Ларин: Тренировочный вариант № 239.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sin x = \cos^2 x + \frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{6})} \right)$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi \right]$.

2. В основании $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = \sqrt{33}$, все боковые ребра пирамиды равны 4. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , а на ребре AS — точка F так, что $SF = BE = 3$.

а) Докажите, что плоскость CEF параллельна SB .

б) Пусть плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от Q до плоскости ABC .

3. Решите неравенство: $(x^2 - 8x + 15)(2^{x-3} + 2^{3-x} - 2)^{-1} \cdot \sqrt{x-1} \leq 0$.

4. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$ с прямым углом A . Окружность, проходящая через вершины A, B и D пересекает стороны BC и CD в точках M и N соответственно. Прямые BN и DM пересекаются в точке P , а прямая CP пересекает сторону AD в точке K .

а) Докажите, что точки A, M, P и K лежат на одной окружности.

б) Найдите радиус этой окружности, если известно, что прямая CK параллельна прямой AM и $AB = AK = KD = 4\sqrt{5}$.

5. Банк планирует вложить на 1 год 30% имеющихся у него средств клиентов в акции золотодобывающего комбината, а остальные 70% — в строительство торгового комплекса. В зависимости от обстоятельств первый проект может принести банку прибыль в размере от 32% до 37% годовых, а второй проект — от 22 до 27% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке, уровень которой должен находиться в пределах от 10% до 20% годовых. Определите, какую наименьшую и наибольшую чистую прибыль в процентах годовых от суммарных вложений в покупку акций и строительство торгового комплекса может при этом получить банк.

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(|2x + 1 - a| + |2x + 1 + a| - 2a) \times \\ \times (|x^2 - 2x + a| + |x^2 - 2x - a| - 2a) = 0$$

имеет ровно четыре целых решения.

7. Пусть $K(n)$ обозначает сумму квадратов всех цифр натурального числа n .

а) Существует ли такое трехзначное число n , что $K(n) = 171$?

б) Существует ли такое трехзначное число n , что $K(n) = 172$?

в) Какое наименьшее значение может принимать выражение $4K(n) - n$, если n — трехзначное число?