

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 237.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $2 \cdot 8^{\cos(\frac{3\pi}{2}+x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 2x}$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

2. В конусе с вершиной в точке  $P$  высота  $PO = \sqrt{7}$ . В его основании проведена хорда  $AB$ , отстоящая от точки  $O$  на расстоянии, равном 3. Известно, что радиус основания конуса равен 5.

- а) Докажите, что расстояние от точки  $P$  до прямой  $AB$  вдвое меньше длины отрезка  $AB$ .  
б) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды  $POAB$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{(\log_2 x^4 + 1) \cdot (\log_2 x - 3) - \log_2 x + 2}{\log_2^2 x - 5 \cdot \log_2 x + 6} \geq \frac{\log_2^2 x - \log_2 x^3 + 1}{3 - \log_2 x}$ .

4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  высоты пересекаются в точке  $H$ , точка  $O$  — центр описанной окружности, точка  $K$  — середина  $BC$ .

- а) Докажите, что отрезок  $AK$  вдвое длиннее отрезка  $OK$ .  
б) Найдите длину отрезка  $OH$ , если известно, что  $AB = 5$ ,  $BC = 6$ ,  $AC = 7$ .

5. В 2016 году в НИИ «Наномир» работали 20 сотрудников: директор, пять его заместителей, 12 инженеров и две уборщицы. Среднемесячная зарплата директора составляла 500 тыс. руб., зама — 200 тыс. руб., инженера 50 тыс. руб., уборщицы — 25 тыс. руб.

С 1 января 2017 года 4 инженера ушли на заслуженный отдых. Чтобы сохранить среднюю зарплату по НИИ на уровне прошлого года, директор решил изменить зарплату только у своих замов.

В конце 2017 года неожиданно выяснилось, что годовой фонд заработной платы НИИ, сформированный в объеме прошлого года, оказался выбран не полностью. В связи с этим все оставшиеся на счету фонда деньги директор перечислил себе в качестве премии.

Определите:

- а) среднюю зарплату по НИИ в 2017 году;  
б) на сколько % изменилась (увеличилась или уменьшилась) зарплата заместителей директора НИИ в 2017 году;  
в) размер премии, полученной директором НИИ в конце 2017 года.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$4^{1-x^2} - 3a^2 \cdot 2^{1-x^2} + 3a^3 - a^2 = 0.$$

имеет ровно два корня.

7. В ряду чисел  $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$  на месте каждой звездочки поставили знак сложения или вычитания (по своему усмотрению) и подсчитали результат.

- а) Могло ли в результате вычисления получиться число 9?  
б) Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?  
в) В ряду чисел  $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$  на месте каждой звездочки поставили знак умножения или деления (по своему усмотрению) и подсчитали результат. Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?