

А. Ларин: Тренировочный вариант № 237.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $2 \cdot 8^{\cos(\frac{3\pi}{2}+x)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos 2x}$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

2. В конусе с вершиной в точке P высота $PO = \sqrt{7}$. В его основании проведена хорда AB , отстоящая от точки O на расстоянии, равном 3. Известно, что радиус основания конуса равен 5.

- а) Докажите, что расстояние от точки P до прямой AB вдвое меньше длины отрезка AB .
 б) Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды $POAB$.

3. Решите неравенство: $\frac{(\log_2 x^4 + 1) \cdot (\log_2 x - 3) - \log_2 x + 2}{\log_2^2 x - 5 \cdot \log_2 x + 6} \geq \frac{\log_2^2 x - \log_2 x^3 + 1}{3 - \log_2 x}$.

4. В остроугольном треугольнике ABC высоты пересекаются в точке H , точка O — центр описанной окружности, точка K — середина BC .

- а) Докажите, что отрезок AH вдвое длиннее отрезка OK .
 б) Найдите длину отрезка OH , если известно, что $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$.

5. В 2016 году в НИИ «Наномир» работали 20 сотрудников: директор, пять его заместителей, 12 инженеров и две уборщицы. Среднемесячная зарплата директора составляла 500 тыс. руб., зама — 200 тыс. руб., инженера 50 тыс. руб., уборщицы — 25 тыс. руб.

С 1 января 2017 года 4 инженера ушли на заслуженный отдых. Чтобы сохранить среднюю зарплату по НИИ на уровне прошлого года, директор решил изменить зарплату только у своих замов.

В конце 2017 года неожиданно выяснилось, что годовой фонд заработной платы НИИ, сформированный в объеме прошлого года, оказался выбран не полностью. В связи с этим все оставшиеся на счету фонда деньги директор перечислил себе в качестве премии.

Определите:

- а) среднюю зарплату по НИИ в 2017 году;
 б) на сколько % изменилась (увеличилась или уменьшилась) зарплата заместителей директора НИИ в 2017 году;
 в) размер премии, полученной директором НИИ в конце 2017 года.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$4^{1-x^2} - 3a^2 \cdot 2^{1-x^2} + 3a^3 - a^2 = 0.$$

имеет ровно два корня.

7. В ряду чисел $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$ на месте каждой звездочки поставили знак сложения или вычитания (по своему усмотрению) и подсчитали результат.

- а) Могло ли в результате вычисления получиться число 9?
 б) Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?
 в) В ряду чисел $3 * 4 * 5 * 6 * 12 * 13 * 14 * 15$ на месте каждой звездочки поставили знак умножения или деления (по своему усмотрению) и подсчитали результат. Какое наименьшее натуральное число могло получиться в результате вычисления?