

А. Ларин: Тренировочный вариант № 234.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\cos 2x + \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{5\pi}{4} \right) = \sin x$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[6\pi; \frac{15\pi}{2} \right]$.

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 5$, $AD = 6$, $AA_1 = 8$, точка K — середина ребра DD_1 .

а) Докажите, что прямые BC и KC_1 перпендикулярны.

б) Найдите отношение объемов, на которые делится прямоугольный параллелепипед плоскостью BKC_1 .

3. Решите неравенство: $\log_{x^2-3}(x^2+6) \geq \log_{x^2-3} 7 + \log_{x^2-3} x$.

4. Серединный перпендикуляр к стороне AB треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D . Окружность с центром O , вписанная в треугольник ADB , касается отрезка AD в точке P , а прямая OP пересекает сторону AB в точке K .

а) Докажите, что около четырехугольника $BDOK$ можно описать окружность.

б) Найдите радиус этой окружности, если $AB = 10$, $AC = 8$, $BC = 6$.

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4 млн рублей на срок 10 лет.

Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите $r\%$, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,16 млн рублей, а наименьший — не менее 0,476 млн рублей.

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$|a^2 + 3 - x| + |x - a - 2| + |x - 3a - 1| = a^2 - a + 1$$

имеет хотя бы один корень.

7. На доске написан упорядоченный набор из семи различных натуральных чисел. Среднее арифметическое первых четырех и среднее арифметическое последних четырех чисел равно 12.

а) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 12?

б) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 8?

в) Найдите наибольшее и наименьшее значения, которые может принимать среднее арифметическое всех чисел.