

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 231.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $\sqrt{\sin 2x} = \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{\cos x}$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

2. В основании прямой призмы  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  лежит прямоугольная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  ( $BC < AD$ ), в которой  $AB = 5$ ,  $CD = 4$ ,  $BC = 6$ . Через точку  $C$  и середину ребра  $BB_1$  параллельно  $B_1 D$  проведена плоскость  $\beta$ .

а) Докажите, что плоскость  $\beta$  пересекает ребро  $AA_1$  в такой точке  $P$ , что  $A_1 P = 3AP$ .

б) Найдите объем пирамиды с вершиной в точке  $B$ , основанием которой служит сечение призмы плоскостью  $\beta$ , если известно, что  $BB_1 = 16$ .

3. Решите неравенство:  $\frac{7 \cdot 4^x + 2^{x^2+1}}{3 - 2^{x-x^2}} \geq 2^{2x+3}$ .

4. На стороне  $BC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $K$ . Оказалось, что отрезок  $AK$  пересекает медиану  $BD$  в точке  $E$  так, что  $AE = BC$ .

а) Докажите, что  $BK = KE$ .

б) Найдите площадь четырехугольника  $CDEK$ , если известно, что  $AB = 13$ ,  $AE = 7$ ,  $AD = 4$ .

5. Олигарх Аристарх Луков-Арбалетов имеет в собственности три частных банка. Активы первого банка состоят на 70% из рублей и на 30% из долларов. Во втором банке 80% активов составляют рубли и 20% — евро; в третьем банке 50% активов в рублях, 10% — в долларах и 40% — в евро. Аристарх планирует открыть 4-й банк, направив туда часть активов из каждого банка так, чтобы доля каждой валюты в каждом из них сохранилась, а активы нового банка состояли бы ровно на 15% в долларах. Какой наименьший процент рублей могут содержать активы нового банка?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_{\frac{1+2x}{\pi}} (2 \sin^2 x - 4a \sin x - \sin x + 2a + 1) = 0$$

имеет не более трёх корней, входящих в отрезок  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

7. Даны 20 чисел: 2, 3, 4, ..., 20, 21.

а) Какое наибольшее количество попарно взаимно простых чисел можно выбрать из приведенных 20 чисел?

б) Докажите, что если из приведенных 20 чисел выбрать любые 12, то обязательно найдутся два числа, из которых одно делится на другое.

в) Пусть 20 приведенных чисел являются соответственно длинами сторон 20 квадратов. Можно ли эти 20 квадратов разделить на две группы так, чтобы суммы площадей квадратов в этих группах были бы одинаковыми?