А. Ларин: Тренировочный вариант № 226. (Часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sin^2 x + 3x^2 \cos x + 3x^2 = 0.$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2};\ \pi\right]$.

2. Основанием пирамиды $FABCD$ является квадрат $ABCD$. На ребре AF взята точка E такая, что отрезок CE перпендикулярен ребру AF. Проекция O точки E на основание пирамиды лежит на отрезке AC и делит его в отношении $AO : OC = 4 : 1$. Угол ADF равен 90°.

а) Докажите, что ребро FC перпендикулярно плоскости основания пирамиды.

б) Найдите разность объемов пирамид $FABCD$ и $EABD$, если известно, что $AB = 1$.

3. Решите неравенство: $2\log_{25}((1+x)\times(3-x)) - \frac{1}{2}\log_{\sqrt{5}}(1+x) > \log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{2}.$

4. В треугольнике ABC точка D есть середина AB, точка E лежит на стороне BC, причем $BE = \frac{1}{3}\cdot BC$. Отрезки AE и CD пересекаются в точке O.

а) Доказать, что $\frac{AO}{OE} = \frac{3}{2}$.

б) Найти длину стороны AB, если $AE = 5$, $OC = 4$, а угол AOC равен 120°

5. В пчелиной семье, зимующей в помещении, в день последней весенней подкормки было 9 тысяч пчел. К концу k-го дня (k = 1,2,3...) после дня подкормки численность пчелиной семьи, зимующей в помещении, становится равной $9 + k^2 - k$ тысяч пчел. Далее, при перевозке пчел на летнюю стоянку, численность пчелиной семьи в каждый последующий день возрастает на 25% по сравнению с предыдущим днем. В конце какого дня после весенней подкормки нужно перевезти пчел на летнюю стоянку, чтобы через 38 дней после подкормки численность пчелиной семьи стала наибольшей? Известно, что у фермера нет возможности поместить пчел на летнюю стоянку сразу же после подкормки.

6. При каких значениях параметра p система

$$\begin{cases} x^2 + 2px + 3p^2 + 3p + 3 \leqslant 3\sin y - 4\cos y, \\ 0 \leqslant y \leqslant 2\pi \end{cases}$$

имеет единственное решение?

7. На доске написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых больше 10, но не превосходит 50. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 17. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые оказались меньше 6, стерли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое оставшихся на доске чисел больше 17?

б) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое оставшихся на доске чисел больше 19, но меньше 20?

в) Найдите максимально возможное значение среднего арифметического чисел, оставшихся на доске.