А. Ларин: Тренировочный вариант № 225.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sin 7x - \cos 6x - \sin 5x = 2\sin x + 5$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-7\pi;\ -5\pi]$.

2. В правильной шестиугольной пирамиде *PABCDEF* боковое ребро наклонено к основанию под углом $\alpha = \operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

а) Докажите, что плоскости *APB* и *DPE* перпендикулярны.

б) Найдите отношение радиуса сферы, касающейся всех граней пирамиды, к радиусу сферы, проходящей через все вершины пирамиды.

3. Решите неравенство: $\dfrac{\log_x 32}{\log_2 x - \log_x 4 + 1} \leqslant \log_{\frac{x}{2}} 8 + \log_{4x} x$.

4. Треугольник *ABC* (*AB* < *AC*) вписан в окружность. На стороне *AC* отмечена точка *E* так, что *AE* = *AB*. Серединный перпендикуляр к отрезку *CE* пересекает дугу *BC*, не содержащую точки *A*, в точке *K*.

а) Докажите, что *AK* является биссектрисой угла *BAC*.

б) Найдите площадь четырехугольника *ABKE*, если известно, что *AB* = 5, *AC* = 11, *BC* = 10.

5. 1 июля гражданка взяла в кредит S млн. рублей. Условия его возврата таковы:

— 15 числа каждого месяца сумма долга увеличивается на 10% по сравнению с началом текущего месяца;

— с 16 по 28 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 1 числа каждого месяца долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц	07	08	09	10	11	12	01	...	
Долг (млн. руб.)	S	S-0,5	S-0,9	S-1,2	S-1,4	S-1,5	S-1,6	...	0

(начиная с декабря, долг равномерно уменьшался на 100 тыс. руб.)

Определите: а) размер кредита; б) через сколько месяцев он был полностью погашен, если известно, что за все время кредитования было выплачено 4,16 млн. рублей.

6. Найдите все *a*, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x + y + 9(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 3\sqrt{xy} = 86 - a^2, \\ \sqrt{xy} - 7(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = a^2 + a - 45 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

7. а) Может ли произведение двух различных натуральных чисел оказаться в 5 раз больше, чем разность этих чисел?

б) Может ли произведение двух различных натуральных чисел оказаться в 5 раз больше, чем разность квадратов этих чисел?

в) Найдите все трехзначные натуральные числа, каждое из которых в 5 раз больше, чем сумма попарных произведений его цифр.