

А. Ларин: Тренировочный вариант № 224.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $4 \cdot (\sin 4x - \sin 2x) = \sin x \cdot (4 \cos^2 3x + 3)$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

2. В основании пирамиды $TABCD$ лежит трапеция $ABCD$, в которой $BC \parallel AD$ и $AD : BC = 2$. Через вершину T пирамиды проведена плоскость, параллельная прямой BC и пересекающая отрезок AB в точке M такой, что $AM : MB = 2$. Площадь получившегося сечения равна 10, а расстояние от ребра BC до плоскости сечения равно 4.

а) Докажите, что плоскость сечения делит объем пирамиды в отношении 7 : 20.

б) Найдите объем пирамиды.

3. Решите неравенство: $-3 \log_{x-1} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 2|\log_{\frac{1}{3}}(x-1)|$.

4. Радиус вписанной в треугольник ABC окружности равен $\frac{\sqrt{15}}{3}$. Окружность радиуса $\frac{5\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}$ касается вписанной в треугольник ABC окружности в точке T , а также касается лучей, образующих угол ACB . Окружности касаются прямой AC в точках K и M .

а) Докажите, что треугольник KTM прямоугольный

б) Найдите тангенс угла ABC , если площадь треугольника ABC равна $3\sqrt{15}$, а наибольшей из его сторон является сторона AC .

5. Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он был должен банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в банке?

6. Найти все значения параметра a , при каждом из которых существует хотя бы одно x , удовлетворяющее условию:

$$\begin{cases} |x^2 - 5x + 4| - 9x^2 - 5x + 4 + 10x|x| = 0, \\ x^2 - 2(a-1)x + a(a-2) = 0. \end{cases}$$

7. а) Можно ли записать точный квадрат, используя по 10 раз цифры 1, 2, 3?

б) Можно ли записать точный квадрат, используя по 10 раз цифры 2, 3, 6?

в) Может ли сумма цифр точного квадрата равняться 1970?