А. Ларин: Тренировочный вариант № 216.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\sin x + \sin 3x + |\sin 2x| = 0$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

2. На боковых ребрах EA, EB, EC правильной четырехугольной пирамиды $ABCDE$ расположены точки M, N, K соответственно, причем $EM : EA = 1 : 2$, $EN : EB = 2 : 3$, $EK : EC = 1 : 3$.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки M, N, K.

б) В каком отношении плоскость (MNK) делит объем пирамиды?

3. Решите неравенство: $\frac{1}{4}\log_5^2(2x+3)^2 + 8\log_5^2\sqrt{x} \leqslant \log_5(2x+3)^3 \cdot \log_5 x$.

4. Высоты равнобедренного треугольника ABC с основанием AC пересекаются в точке H, угол B равен 30 градусов. Луч CH второй раз пересекает окружность ω, описанную вокруг треугольника ABH, в точке K.

а) Докажите, что BA — биссектриса угла KBC.

б) Отрезок BC пересекает окружность ω в точке E. Найдите BE, если $AC = 12$.

5. Сумма вклада увеличивалась первого числа каждого месяца на 2% по отношению к сумме на первое число предыдущего месяца. Аналогично, цена на кирпич возрастала на 36% ежемесячно. Отсрочив покупку кирпича, 1 мая в банк положили некоторую сумму. На сколько процентов меньше в этом случае можно купить кирпича на 1 июля того же года на всю сумму, полученную из банка вместе с процентами?

6. Найдите наибольшее значение параметра a, при котором неравенство $a\sqrt{a}(x^2-2x+1) + \frac{\sqrt{a}}{x^2-2x+1} \leqslant \sqrt[4]{a^3}\left|\sin\frac{\pi}{2}x\right|$ имеет хотя бы одно решение.

7. На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись заканчивается на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 810.

а) Может ли быть 24 четных числа?

б) Может ли быть на доске ровно два числа, оканчивающихся на 7?

в) Какое наименьшее количество чисел с последней цифрой 7 может быть на доске?