

А. Ларин: Тренировочный вариант № 215.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $\log_2 \sin x \cdot \log_{\sin x} \cos^2 x = -1$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{11\pi}{2}\right]$.

2. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина ребра AB .

а) Докажите, что плоскость CKD_1 делит объем параллелепипеда в отношении $7 : 17$.

б) Найдите расстояние от точки D до плоскости CKD_1 , если известно, что ребра AB , AD и AA_1 попарно перпендикулярны и равны соответственно 6, 4 и 6.

3. Решите неравенство: $(3^x - 2^x)(6^{x+1} + 1) + 6^x \geq 3^{2x+1} - 2^{2x+1}$.

4. Две окружности касаются внутренним образом в точке K . Пусть AB — хорда большей окружности, касающаяся меньшей окружности в точке L .

а) Докажите, что KL — биссектриса угла AKB .

б) Найдите длину отрезка KL , если известно, что радиусы большей и меньшей окружностей равны соответственно 6 и 2, а угол AKB равен 90° .

5. Спонсор выделил школе 50 тысяч рублей на покупку мячей. Известно, что футбольный мяч стоит 700 рублей, баскетбольный — 600 рублей, волейбольный — 500 рублей. Необходимо приобрести мячи всех трёх видов, причём их количества не должны отличаться более, чем на 10 штук. Какое наибольшее количество мячей сможет приобрести школа, не привысив на их покупку выделенной суммы?

6. Найдите все a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2|x - y| = 2, \\ x^2 + y^2 - 2a(x + y) + 2a^2 = 2 \end{cases} \text{ имеет ровно два решения.}$$

7. Подковывая лошадь, кузнец тратит на одну подкову 5 минут.

а) Смогут ли два кузнеца за полчаса подковать трёх лошадей?

б) Смогут ли четыре кузнеца за 15 минут подковать трёх лошадей?

в) За какое наименьшее время 48 кузнецов смогут подковать 60 лошадей?

(Известно, что лошадь не может стоять на двух ногах, поэтому два кузнеца не могут одновременно работать с одной лошадейю).