

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 213.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $\left(\sqrt{4-\sqrt{15}}\right)^{1+2\sin x} + \left(\sqrt{4+\sqrt{15}}\right)^{1+2\sin x} = 8$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$ .

2. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $K$  — середина ребра  $AB$ . На ребре  $SC$  взята точка  $M$  так, что  $SM : CM = 1 : 3$ .

а) Докажите, что прямая  $MK$  пересекает высоту  $SO$  пирамиды в её середине.

б) Найдите расстояние между прямыми  $MK$  и  $AC$ , если известно, что  $AB = 6$ ,  $SA = 4$ .

3. Решите неравенство:  $x \log_2 \frac{x}{2} + \log_x 4 \leq 2$ .

4. Точка  $O$  — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ .

На луче  $AO$  отмечена точка  $M$  так, что  $\angle BAC + \angle AMC = 90^\circ$ .

а) Докажите, что существует точка  $P$ , одинаково удаленная от точек  $B, O, C, M$ .

б) Найдите расстояние от точки  $P$  до точки  $M$ , если известно, что  $\angle BAC = 15^\circ$  и  $BC = 15$ .

5. 1 июня планируется в банке взять в кредит некоторую сумму денег на срок 12 месяцев. Условия возврата таковы:

— 15 числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  ( $r$  — целое число) по сравнению с началом текущего месяца;

— с 16 по 28 число необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало каждого следующего месяца долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим месяцем.

Найдите наименьшую возможную ставку  $r$ , если известно, что за вторую половину года было выплачено более, чем на 30% меньше, нежели за первую половину.

6. Найдите все  $a$ , при каждом из которых система  $3 \cdot 2^{x+1} + \frac{3}{2^{x-1}} + a(18 - x^2) = 6(a^2 + 2)$  имеет ровно одно решение.

7. Пусть  $S(N)$  — сумма цифр натурального числа  $N$ .

а) Может ли  $N + S(N)$  равняться 96?

б) Может ли  $N + S(N)$  равняться 97?

в) Найдите все  $N$ , для которых  $N + S(N) = 2017$ .