

А. Ларин: Тренировочный вариант № 209.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $18^x - 9^{x+1} - 2^{x+2} + 36 = 0$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

2. Внутри куба расположены два равных шара, касающихся друга. При этом один шар касается трех граней куба, имеющих общую вершину, а другой касается трех оставшихся граней.

а) Докажите, что центры шаров принадлежат диагонали куба, исходящей из общей для граней вершины.

б) Найдите радиусы этих шаров, если ребро куба равно 13.

3. Решите неравенство: $\log_{\frac{5-x}{4}}(x-2) \cdot \log_{x-2}(6x-x^2) \geq \log_{\frac{5-x}{4}}(3x^2-10x+15)$.

4. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет 0,09 площади трапеции $ABCD$.

5. Иван Петрович получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год в счет погашения кредита он вернул в банк $1/6$ от всей суммы, которую он должен банку к этому времени. А еще через год в счет полного погашения кредита Иван Петрович внес в банк сумму, на 20% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

6. При каких значениях параметра система уравнений имеет единственное решение?

$$\begin{cases} 9y = (a-1)^2 + 9(x-a)^2, \\ y = \log_2 \left(1 + \frac{|x|}{x} \right). \end{cases}$$

7. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности полученных сумм и полученные 6 чисел складывают.

а) Может ли в результате получиться 0?

б) Может ли в результате получиться 1?

в) Какое наименьшее возможное значение полученного результата?