

А. Ларин: Тренировочный вариант № 192.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $2^{2+2\sin x} - 3 \cdot (\sqrt{2})^{1+2\sin x} + 1 = 0$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[4\pi; \frac{23\pi}{4}\right]$.

2. На продолжении высоты PO правильной четырехугольной пирамиды $PABCD$ отмечена точка K так, что $OP = OK$.

а) Докажите, что плоскости PBC и KAD параллельны.

б) Найдите расстояние между плоскостями PBC и KAD , если $AB = 2$, $PO = 2\sqrt{2}$.

3. Решите неравенство: $\log_2 x + 5\sqrt{\log_2 x} + 15 \leq \frac{92 - 46\sqrt{\log_2 x}}{\log_2 x - 5\sqrt{\log_2 x} + 6}$.

4. Дан квадрат $ABCD$. На сторонах AB и BC отмечены точки P и K соответственно, причем $BP : AP = 1 : 3$, $BK : CK = 3 : 13$.

а) Докажите, что углы PDK и PCK равны.

б) Пусть M — точка пересечения CP и DK . Найдите отношение длин отрезков CM и PM .

5. Али-Баба пришел в пещеру, где есть золото и алмазы. У Али-Бабы с собой оказался мешок. Известно, что полный мешок золота весит 200 кг, полный мешок алмазов — 40 кг, а пустой мешок ничего не весит. Килограмм золота стоит 20 динаров, а килограмм алмазов — 60 динаров. Какую наибольшую сумму денег может выручить Али-Баба за сокровища, если он может унести с собой не более 100 кг?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 2|x - 2y|, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

7. Дана последовательность $(a_n) = (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) + 133$.

а) Найдите два соседних члена этой последовательности, разность которых равна 29700.

б) Найдите сумму всех n , при каждом из которых $1033 < a_n < 1000033$.

в) Найдите все члены этой последовательности, являющиеся точными кубами.