

**А. Ларин: Тренировочный вариант № 192.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение  $2^{2+2\sin x} - 3 \cdot (\sqrt{2})^{1+2\sin x} + 1 = 0$ .

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[4\pi; \frac{23\pi}{4}\right]$ .

2. На продолжении высоты  $PO$  правильной четырехугольной пирамиды  $PABCD$  отмечена точка  $K$  так, что  $OP = OK$ .

а) Докажите, что плоскости  $PBC$  и  $KAD$  параллельны.

б) Найдите расстояние между плоскостями  $PBC$  и  $KAD$ , если  $AB = 2$ ,  $PO = 2\sqrt{2}$ .

3. Решите неравенство:  $\log_2 x + 5\sqrt{\log_2 x} + 15 \leq \frac{92 - 46\sqrt{\log_2 x}}{\log_2 x - 5\sqrt{\log_2 x} + 6}$ .

4. Дан квадрат  $ABCD$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $P$  и  $K$  соответственно, причем  $BP : AP = 1 : 3$ ,  $BK : CK = 3 : 13$ .

а) Докажите, что углы  $PDK$  и  $PCK$  равны.

б) Пусть  $M$  — точка пересечения  $CP$  и  $DK$ . Найдите отношение длин отрезков  $CM$  и  $PM$ .

5. Али-Баба пришел в пещеру, где есть золото и алмазы. У Али-Бабы с собой оказался мешок. Известно, что полный мешок золота весит 200 кг, полный мешок алмазов — 40 кг, а пустой мешок ничего не весит. Килограмм золота стоит 20 динаров, а килограмм алмазов — 60 динаров. Какую наибольшую сумму денег может выручить Али-Баба за сокровища, если он может унести с собой не более 100 кг?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 2|x - 2y|, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

7. Дана последовательность  $(a_n) = (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1) + 133$ .

а) Найдите два соседних члена этой последовательности, разность которых равна 29700.

б) Найдите сумму всех  $n$ , при каждом из которых  $1033 < a_n < 1000033$ .

в) Найдите все члены этой последовательности, являющиеся точными кубами.