

А. Ларин: Тренировочный вариант № 190.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение: $\frac{\sin x - \sqrt{3} \cos x - 2 \sin 3x}{\sqrt{\sin 2x}} = 0$.

б) Найдите все решения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точки M , N и K — середины ребер основания, а P , Q и R делят боковые ребра SA , SB и SC в отношении $1 : 2$, считая от вершины.

а) Доказать, что точки M , N , K , P , Q , R — лежат на одной сфере.

б) При каких углах наклона бокового ребра к основанию центр сферы лежит вне пирамиды $SABC$.

3. Решите неравенство:

$$\left(\sqrt{\frac{25}{4}\pi^2 - x^2} + 3\right) \left(\frac{3}{2(\sin x + 4)} - \frac{3}{2(\sin x - 2)} - 1\right) \leq 0.$$

4. Первая окружность вписана в треугольник ABC и касается BC в точке M . Вторая окружность касается BC в точке N и продолжений сторон AC и AB .

а) Докажите, что длина MN равна модулю разности длин AB и AC .

б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что радиусы окружностей относятся как $1 : 3$, $BC = 12$, $MN = 4$.

5. Гражданин положил в каждый из двух банков по 5 млн руб. В первом банке в конце года начисляется одно и то же количество процентов на сумму, лежащую в банке в начале года. Во втором банке принцип начисления процентов следующий: в первый год процентная ставка на 3 меньше, чем в первом банке, а затем она каждый год увеличивается на 2%. В итоге, к концу четвертого года на счету у гражданина в первом банке было на 5617 руб. 55 коп. больше, чем во втором. Найти процентную ставку в первом банке.

6. При каких значениях параметра a область значений функции

$$y = ax^2 + (2 - 3a)x + \frac{9}{4}a$$

содержит отрезок $[1; 4]$?

7. Назовем квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ с натуральными коэффициентами a, b и c «простым», если a, b и c не имеют кроме 1, других общих делителей.

а) Найти все значения b , для которых «простое» уравнение $5x^2 + bx + 3 = 0$ имеет хотя бы одно целое решение,

б) Докажите, что «простое» уравнение $3x^2 + bx + c = 0$ не имеет целых решений, если b кратно 3,

в) Докажите, что если $b \geq 4$ и не кратно 3, найдется такое « c », что простое уравнение $3x^2 + bx + c = 0$ имеет целое решение.