

А. Ларин: Тренировочный вариант № 187.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение:

$$\frac{3+x}{3-3x} = \left(\frac{3a^{\frac{1}{6}} - 2b^{\frac{1}{6}}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{3}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} \right) \times \\ \times \left(\frac{3b \left(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}} \right)}{b^{\frac{5}{6}}(a-b)} \right)^{-1} + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} \right)^2.$$

б) Найдите $\operatorname{tg}(\arcsin x)$.

2. В прямой треугольной призме $ABCA'B'C'$, где $AB = 6$; $AC = 7$; $CB = 5$; $AA' = 8$, проведено сечение CMN параллельно ребру AB , которое делит объем призмы пополам (точка M лежит на AA' , N — на BB').

а) Найти отношение $AM : MA'$.

б) Найти тангенс угла между плоскостями ABC и CMN .

3. Решите неравенство: $\frac{1}{2} \log_{x^2-2x+1}^2 \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^4 - 4 \log_{1-x}(1-x^2) \leq -10$.

4. Отрезок AB является диаметром окружности. Точки C и D окружности расположены по разные стороны от прямой AB , длины хорд AC и BD равны 2 и 4 соответственно. Хорда CD пересекает AB в точке E , причем $AE : EB = 1 : 3$.

а) Доказать, что если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

б) Найти радиус окружности.

5. Общий призовой фонд турнира по волейболу не менее 37 тыс. руб. Из него выплачиваются командам деньги купюрами по 1 тыс. руб. по следующему правилу. Команда, занявшая 1 место, получит половину фонда и еще 0,5 тыс. руб.; вторая команда — половину оставшихся денег и еще 0,5 тыс. руб.; третья — половину остатка и еще 0,5 тыс. руб. и т. д. Известно, что после выдачи денег, в кассе осталось не более 4 тыс. руб. Какое минимальное число команд могло участвовать в турнире по этим правилам? Сколько при этом было денег в фонде, и сколько получила каждая команда, если известно, что купюры не разменивались?

6. Задана функция

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-a}}x + \frac{1}{2}\cos 2x - \operatorname{ctg}^2(2a) - 5^{\log_2(-a)}.$$

При каких действительных значениях параметра a уравнение $f'(x) = 0$ имеет на отрезке $\left[\frac{73\pi}{12}; \frac{155\pi}{24}\right]$ ровно два корня?

7. Взяли последовательность первых 15 натуральных чисел.

а) Можно ли эти числа разбить на 5 групп так, что бы суммы чисел стоящих в одной группе имели разные остатки при делении на 5?

б) Можно ли эти числа разбить на 7 групп так, что бы суммы чисел входящих в одну группу имели разные остатки при делении на 7?

в) Можно ли эти числа упорядочить таким образом, что бы суммы любых трех последовательных чисел делилась на 5?