ЕГЭ — 2018. Основная волна 01.06.2018. Вариант 313 (часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)-\cos x=\sqrt{3}\sin 2x-1$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $\left[\dfrac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

2. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B, а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1, причем BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1, если $AB = 21$, $BB_1 = 12$, $B_1C_1 = 16$.

3. Решите неравенство $\log_{11}(8x^2+7)-\log_{11}(x^2+x+1)\geqslant\log_{11}\left(\dfrac{x}{x+5}+7\right)$.

4. Окружность с центром в точке O высекает на всех сторонах трапеции $ABCD$ равные хорды.

а) Докажите, что биссектрисы всех углов трапеции пересекаются в одной и той же точке.

б) Найдите высоту трапеции, если окружность пересекает боковую сторону AB в точках K и L так, что $AK = 15$, $KL = 6$, $LB = 5$.

5. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

6. Найти все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(x+ay-5)(x+ay-5a)=0,\\ x^2+y^2=16\end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писали 9 учащихся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого, один из учащихся, писавших тест, перешел из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 уменьшиться в 10 раз?

б) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Мог ли первоначальный средний балл в школе № 2 равняться 7?

в) Средний балл в школе № 1 уменьшился на 10%, средний балл в школе № 2 также уменьшился на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.