

Задания 19 (С7) ЕГЭ 2013

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).
 - а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?
 - б) Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900?
 - в) Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 123.

2. Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1000 кг и 60 штук по 1500 кг (раскалывать глыбы нельзя).
 - а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
 - б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?
 - в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъемностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

3. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске остается одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.
 - а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
 - б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 22?
 - в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 41.

4. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске остается одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.
 - а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8.
 - б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 22?
 - в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

5. а) Чему равно число способов записать число 1292 в виде $1292 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$?
 - б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?
 - в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$, где числа a_i — целые, $0 \leq a_i \leq 99$, $i = 0; 1; 2; 3$, ровно 130 способами?

6. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.
 - а) На доске выписан набор $-11, -7, -5, -4, -1, 2, 6$. Какие числа были задуманы?
 - б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 4 раза. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
 - в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

7. Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и все их возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.
 - а) На доске выписан набор $-6, -2, 1, 4, 5, 7, 11$. Какие числа были задуманы?
 - б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 7 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?
 - в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

8. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).
- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12?
 - Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87?
 - Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

9. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).
- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 20?
 - Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 81?
 - Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

10. Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_{350} равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{350}, \quad S_2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{350}^2, \quad S_3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_{350}^3, \\ S_4 = a_1^4 + a_2^4 + a_3^4 + \dots + a_{350}^4.$$

Известно, что $S_1 = 513$.

- Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1097$ и $S_3 = 3243$.
- Может ли $S_4 = 4547$?
- Пусть $S_4 = 4745$. Найдите все значения, которые может принимать S_2 .

11. Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_{450} равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{450}, \\ S_2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{450}^2, \\ S_3 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{450}^3, \\ S_4 = a_1^4 + a_2^4 + \dots + a_{450}^4.$$

Известно, что $S_1 = 739$.

- Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1779$, $S_3 = 5611$.
- Может ли $S_4 = 6547$?
- Пусть $S_4 = 6435$. Найдите все значения, которые может принимать S_2 .

12. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.
- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?
 - Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?
 - Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

13. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля), не кратное 100.
- Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 82?
 - Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 83?
 - Какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

14. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

- Может ли сумма всех данных чисел быть равной 10?
- Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 1000?
- Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 129.

15. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ($n \geq 3$).

- Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?
- Каково наибольшее значение n , если сумма всех данных чисел меньше 900?
- Найдите все возможные значения n , если сумма всех данных чисел равна 123.