

Задания 14 (С2) ЕГЭ 2013

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 7. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5.

- Докажите, что сечение шара плоскостью есть круг.
- Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

2. Две параллельные плоскости, расстояние между которыми 2, пересекают шар. Одна из плоскостей проходит через центр шара. Отношение площадей сечений шара этими плоскостями равно 0,84.

- Докажите, что сечение шара второй плоскостью является кругом.
- Найдите радиус шара.

3. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 8.

- Докажите, что плоскость, проходящая через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC , делит ребро MC в отношении 2 : 1, считая от вершины M .
- Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью.

4. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 6, а боковые рёбра равны 12. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку C и середину ребра MA параллельно прямой BD .

5. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 15, а боковые ребра равны 16.

- Докажите, что прямые MC и BD перпендикулярны.
- Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

6. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2. Точка N принадлежит ребру MC , причём $MN : NC = 2 : 1$.

- Докажите, что прямые MC и BD перпендикулярны.
- Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и N параллельно прямой AC .

7. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 20, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка M принадлежит ребру $A_1 D_1$ и делит его в отношении 2 : 3, считая от вершины D_1 .

- Докажите, что точки A и C равноудалены от плоскости, проходящей через точки B, D и M .
- Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки B, D и M .

8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 8$, $AD = 7$ и $AA_1 = 5$. Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении $1 : 4$, считая от вершины D .

а) Докажите, что любая плоскость, проходящая через вершины A_1 и C , делит параллелепипед на две равновеликие фигуры.

б) Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки C , W и A_1 .

9. В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 10, а высота равна 6, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.)

а) Докажите, что двугранный угол при основании пирамиды больше 45° .

б) Найдите площадь вписанной сферы.

10. В правильную четырёхугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 17, а высота равна 7, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.)

а) Докажите, что двугранный угол при основании пирамиды больше, чем 30° .

б) Найдите площадь вписанной сферы.

11. Радиус основания конуса равен 6, а его высота равна 8. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 4.

а) Докажите, что сечение является равнобедренным остроугольным треугольником.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

12. Радиус основания конуса равен 5, а его высота равна 12. Плоскость сечения содержит вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 6.

а) Докажите, что сечение — равнобедренный остроугольный треугольник.

б) Найдите расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения.

13. В правильную шестиугольную пирамиду, боковое ребро которой равно 10, а высота равна 6, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.)

а) Докажите, что существует сечение пирамиды, проходящее через её вершину и являющееся тупоугольным треугольником.

б) Найдите площадь вписанной сферы.

14. В правильную шестиугольную пирамиду, боковое ребро которой равно $\sqrt{5}$, а высота равна 1, вписана сфера. (Сфера касается всех граней пирамиды.)

а) Докажите, что двугранный угол при основании пирамиды равен 30° .

б) Найдите площадь этой сферы.

15. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 8. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5.

а) Докажите, что площадь поверхности меньшего шара не меньше, чем 32.

б) Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

16. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 6. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 4.

а) Докажите, что площадь поверхности меньшего шара не меньше, чем 24.

б) Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .