

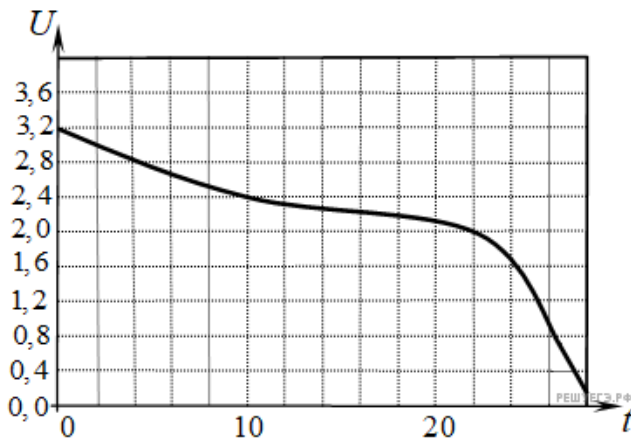
**Пробный ЕГЭ по математике, Санкт-Петербург, 04.03.2018.  
Вариант 2.**

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

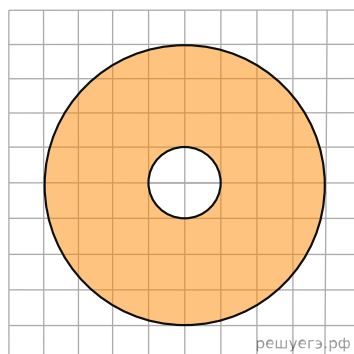
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 9% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,35 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте четырёх месяцев и весом 8 кг в течение суток?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение с 10-го по 22-й час работы фонарика.



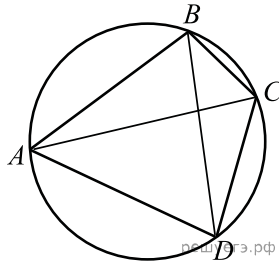
3. На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 37. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



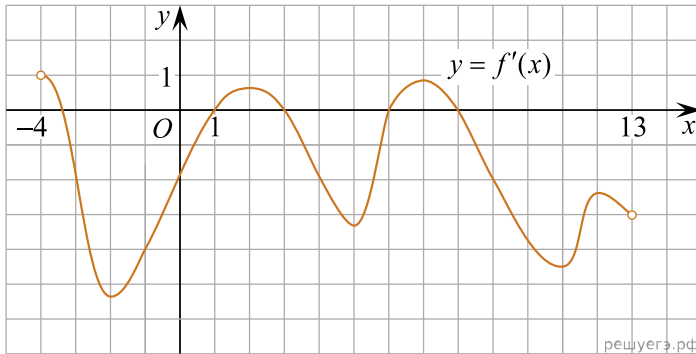
4. В классе 21 шестиклассник, среди них два друга — Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в разных группах.

5. Решите уравнение  $\log_{27} 3^{5x+5} = 2$ .

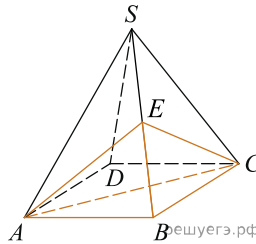
6. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $61^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $37^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-4; 13)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 10$  или совпадает с ней.



8. Объем правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  равен 116. Точка  $E$  — середина ребра  $SB$ . Найдите объем треугольной пирамиды  $EABC$ .



9. Найдите значение выражения  $\sqrt{108} \cos^2 \frac{\pi}{12} - \sqrt{27}$ .

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 36$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана — в пределах от 160 до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ дайте в сантиметрах.

11. Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = e^{2x} - 5e^x - 2$  на отрезке  $[-2; 1]$ .

13. а) Решите уравнение  $\cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - 2\cos 2x = 1$ .

б) Найдите его корни на промежутке  $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

14. Основание пирамиды  $PABC$  — правильный треугольник  $ABC$ , сторона которого равна 16, боковое ребро  $PA = 8\sqrt{3}$ . Высота пирамиды  $PH$  делит высоту  $AM$  треугольника  $ABC$  пополам. Через вершину  $A$  проведена плоскость, перпендикулярная прямой  $PM$  и пересекающая прямую  $PM$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что плоскость делит высоту  $PH$  пирамиды  $PABC$  в отношении 2:1, считая от вершины  $P$ .

б) Найдите расстояние между прямыми  $PH$  и  $CK$ .

15. Решите неравенство  $\log_{x^2+1} \frac{2 \cdot 9^x - 19 \cdot 3^x + 40}{9^x - 11 \cdot 3^x + 24} \geq 0$ .

16. Угол  $MKN$  треугольника  $KMN$  равен  $\varphi$ . Сторона  $MN$  является хордой окружности с центром  $O$  и радиусом  $R$ , проходящей через центр окружности, вписанной в треугольник  $MKN$ .

а) Докажите, что около четырёхугольника  $KMON$  можно описать окружность.

б) Известно, что в четырёхугольник  $KMON$  можно вписать окружность. Найдите радиус  $r$  этой окружности, если  $R = 12$ ,  $\varphi = 120^\circ$ .

17. Агата Артуровна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 7 320 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 20%. Агата Артуровна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами — в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?

18. Найдите все такие значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $3\sin x = \cos x + a$  имеет единственное решение на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ .

19. Назовем натуральное число хорошим, если в нем можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11.

а) Является ли число 5432 хорошим?

б) Является ли число 10235 хорошим?

в) Найти наименьшее хорошее число, состоящее из различных нечетных цифр.