

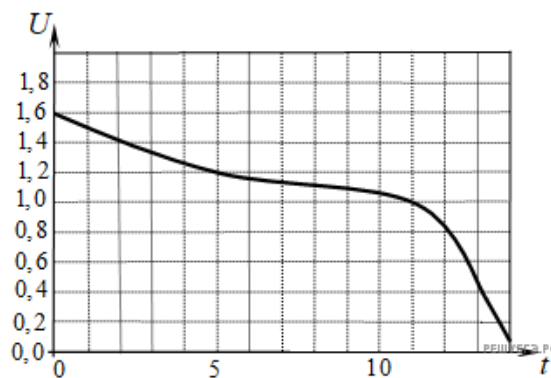
Пробный ЕГЭ по математике, Санкт-Петербург, 04.03.2018. Вариант 1.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

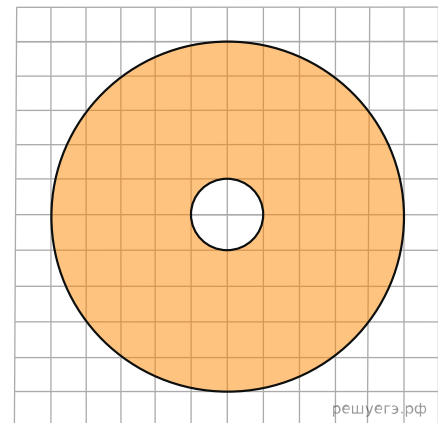
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Одна таблетка лекарства весит 70 мг и содержит 4% активного вещества. Ребёнку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,05 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребёнку в возрасте пяти месяцев и весом 8 кг в течение суток?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, за сколько часов напряжение упадёт с 1,2 вольта до 1 вольта.



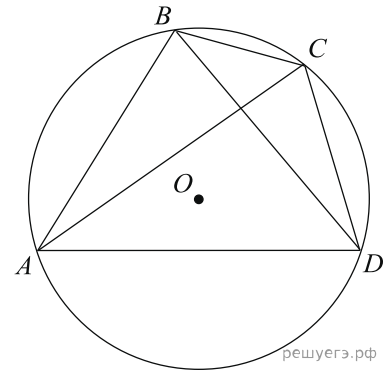
3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 12. Найдите площадь закрашенной фигуры.



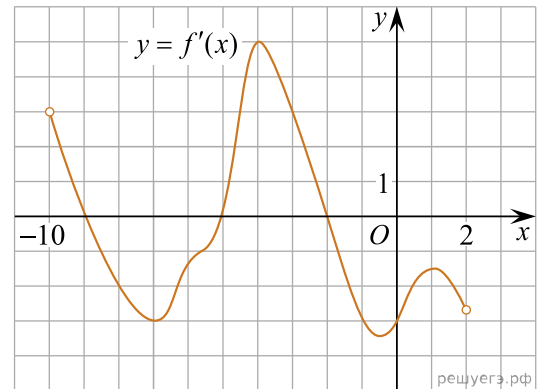
4. В классе 16 учащихся, среди них два друга — Вадим и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 4 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Сергей окажутся в одной группе.

5. Найдите корень уравнения $\log_4 2^{8x+8} = 4$.

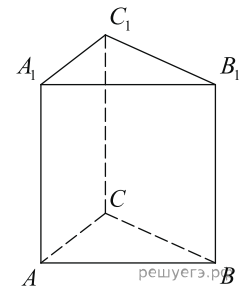
6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 98° , угол CAD равен 44° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x$ или совпадает с ней.



8. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, A_1, B_1, C правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 4.



9. Найдите значение выражения $7\sqrt{2}\cos\frac{15\pi}{8}\sin\frac{15\pi}{8}$.

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 45$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 50 до 70 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 200 до 270 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

11. Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 2 часа раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 1 час 20 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$.

13. а) Решите уравнение $\sin\left(\frac{7\pi}{2} + x\right) + 2\cos 2x = 1$.

б) Найдите его корни на промежутке $[3\pi; 4\pi]$.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $PABCD$ сторона основания $ABCD$ равна 12, боковое ребро PA — $12\sqrt{2}$. Через вершину A проведена плоскость α , перпендикулярная прямой PC и пересекающая ребро PC в точке K .

а) Докажите, что плоскость α делит высоту PH пирамиды $PABCD$ в отношении $2 : 1$, считая от вершины P .

б) Найдите расстояние между прямыми PH и BK .

15. Решите неравенство $\log_{x^2+1} \frac{2 \cdot 4^x - 15 \cdot 2^x + 23}{4^x - 9 \cdot 2^x + 14} \geq 0$.

16. Угол BAC треугольника ABC равен α . Сторона BC является хордой такой окружности с центром O и радиусом R , которая проходит через центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

а) Докажите, что около четырёхугольника $ABOC$ можно описать окружность.

б) Известно, что в четырёхугольник $ABOC$ можно вписать окружность. Найдите радиус r этой окружности, если $R = 6$, $\alpha = 60^\circ$.

17. Светлана Михайловна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 4 420 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 10%. Светлана Михайловна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами — в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $2 \sin x + \cos x = a$ имеет единственное решение на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$.

19. Назовем натуральное число хорошим, если в нем можно переставить цифры так, чтобы получившееся число делилось на 11.

а) Является ли число 1234 хорошим?

б) Является ли число 12345 хорошим?

в) Найти наибольшее хорошее число, состоящее из различных нечетных цифр.