

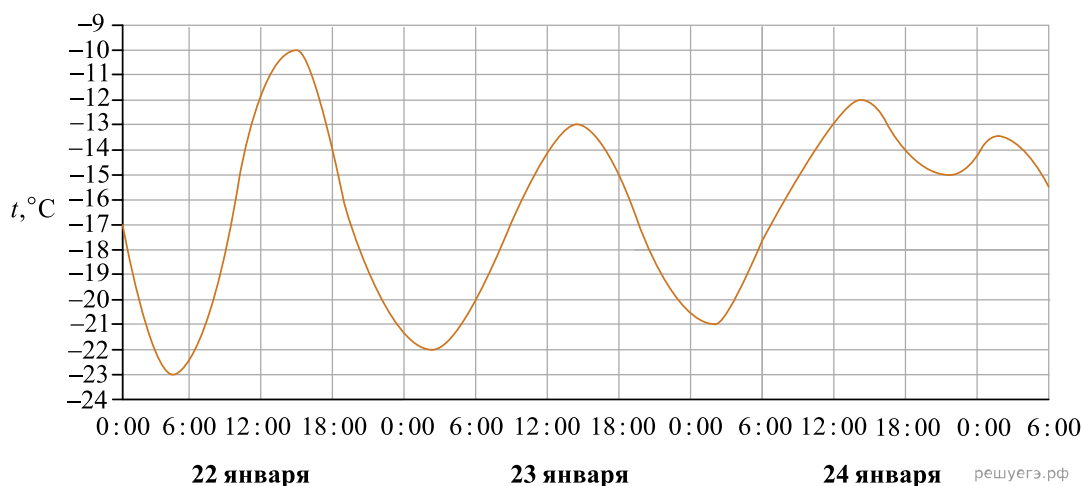
Досрочный ЕГЭ по математике (Центр) 30.03.2018

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

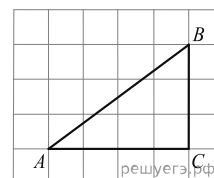
Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Диагональ экрана телевизора равна 64 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



3. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если стороны квадратных клеток равны 1.

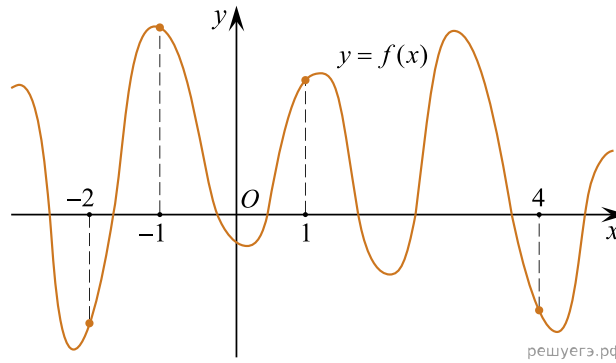


4. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

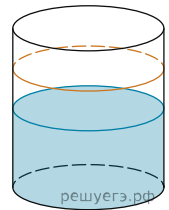
5. Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = 8$.

6. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



8. В цилиндрический сосуд налили 1200 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см . В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 10 см . Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



9. Найдите значение выражения $\frac{13 \sin 152^\circ}{\cos 76^\circ \cdot \cos 14^\circ}$.

10. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 5$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,75$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha = 9,7$ — постоянная, $T = 300 \text{ К}$ — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 29100 Дж .

11. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 255 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч , стоянка длится 2 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 34 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч .

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$ на отрезке $[-1; 4]$.

13. а) Решите уравнение $\frac{\sin x}{\sin^2 \frac{x}{2}} = 4 \cos^2 \frac{x}{2}$.

б) Найдите его корни на промежутке $\left[-\frac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

14. Дана правильная четырехугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. На ребре AA_1 отмечена точка K так, что $AK : KA_1 = 1 : 2$. Плоскость α проходит через точки B и K параллельно прямой AC . Эта плоскость пересекает ребро DD_1 в точке M .

а) Докажите, что $MD : MD_1 = 2 : 1$.

б) Найдите площадь сечения, если $AB = 4, AA_1 = 6$.

15. Решите неравенство $\frac{6^x - 4 \cdot 3^x}{x \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x - 4x + 20} \leq \frac{1}{x - 5}$.

16. В треугольнике ABC угол ABC тупой, H — точка пересечения продолжений высот, угол AHC равен 60° .

а) Докажите, что угол ABC равен 120° .

б) Найдите BH , если $AB = 7$ и $BC = 8$.

17. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено $311\,040$ рублей?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ((x+5)^2 + y^2 - a^2) \ln(9 - x^2 - y^2) = 0, \\ ((x+5)^2 + y^2 - a^2)(x+y-a+5) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. На доске написано n чисел a_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Каждое из них не меньше 50 и не больше 150. Каждое из этих чисел уменьшают на $r_i\%$. При этом либо $r_i = 2\%$, либо число a_i уменьшается на 2, то есть становится равным $a_i - 2$ (какие-то числа уменьшились на число 2, а какие-то — на 2 процента).

а) Может ли среднее арифметическое чисел r_1, r_2, \dots, r_n быть равным 5?

б) Могло ли так получиться, что среднее арифметическое чисел r_1, r_2, \dots, r_n больше 2, при этом сумма чисел a_1, a_2, \dots, a_n уменьшилась более чем на $2n$?

в) Пусть всего чисел 30, а после выполнения описанной операции их сумма уменьшилась на 40. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел r_1, r_2, \dots, r_n .