

Задания 16 (С4) ЕГЭ 2017

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Известно, что $ABCD$ трапеция, $AD = 2BC$, AD , BC — основания. Точка M такова, что углы ABM и MCD прямые.

- Доказать, что $MA = MD$.
- Расстояние от M до AD равно BC , а угол ADC равен 55° . Найдите угол BAD .

2. В трапеции $ABCD$ угол BAD прямой. Окружность, построенная на большем основании AD как на диаметре, пересекает меньшее основание BC в точке S и M .

- Докажите, что угол BAM равен углу CAD .
- Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Найдите площадь треугольника AOB , если $AB = 6$, а $BC = 4BM$.

3. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$, в которой $AD = 3BC$, CM — высота трапеции.

- Доказать, что M делит AD в отношении $2 : 1$.
- Найдите расстояние от точки C до середины BD , если $AD = 18$, $AC = 4\sqrt{13}$.

4. Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.

- Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- Найдите площадь трапеции.

5. Дана трапеция с диагоналями равными 6 и 8. Сумма оснований равна 10.

- Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- Найдите высоту трапеции.

6. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезок CK и BE пересекаются в точке O .

- Доказать, что $CO = KO$.
- Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{64}$ площади трапеции $ABCD$.

7. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC , причем $AD = 2BC$, и точка M внутри трапеции, такая, что $\angle ABM = \angle DCM = 90^\circ$.

- Докажите, что $AM = DM$.
- Найдите угол BAD , если угол CDA равен 50° , а высота, проведенная из точки M к AD , равна BC .

8. Две окружности с центром O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекает вторую окружность в точках D и E соответственно.

- Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.
- Найти AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и $AB = 2$.

9. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причем точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.

б) Найдите AD , если угол DAE равен углу BAC , а радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и $AB = 3$.

10. Две окружности с центрами O_1 и O_2 и радиусами 3 и 4 пересекаются в точках A и B . Через точку A проведена прямая MK , пересекающая обе окружности в точках M и K , причем точка A находится между ними.

а) Докажите, что треугольники BMK и O_1AO_2 подобны.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой MK , если $O_1O_2 = 5$, $MK = 7$.

11. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла C . В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырехугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$ и $BC = 15$.

12. Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причем меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M , отличной от A . Лучи AO и AM вторично пересекают большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка C лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P .

а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.

б) Известно, что $\sin \angle AOC = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Прямые PC и AQ пересекаются в точке K .

Найдите отношение $QK:KA$.

13. Основания трапеции равны 4 и 9, а её диагонали равны 5 и 12.

а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции.

14. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K , так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезки CK и BE пересекаются в точке O .

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{100}$ площади трапеции $ABCD$.

15. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезок CK и BE пересекаются в точке O .

а) Доказать, что $CO = KO$.

б) Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{4}{121}$ площади трапеции $ABCD$.

16. Две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжения диаметра CA первой окружности и хорды CB этой окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.

б) Найдите AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности втрое больше радиуса первой и $AB = 3$.

17. Две окружности с центром O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B , причём точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от прямой AB . Продолжение диаметра CA первой окружности и хорды CB этой же окружности пересекают вторую окружность в точках D и E соответственно.

а) Докажите, что треугольники CBD и O_1AO_2 подобны.

б) Найти AD , если $\angle DAE = \angle BAC$, радиус второй окружности в четыре раза больше радиуса первой и $AB = 2$.

18. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла. В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

- а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.
- б) Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2 , если $AC = 12$ и $BC = 5$.

19. Точки E и K — соответственно середины сторон CD и AD квадрата $ABCD$. Прямая BE пересекается с прямой CK в точке O .

- а) Докажите, что вокруг четырёхугольника $ABOK$ можно описать окружность.
- б) Найдите AO , если сторона квадрата равна 1.

20. Две окружности касаются внутренним образом в точке A , причём меньшая окружность проходит через центр O большей. Диаметр BC большей окружности вторично пересекает меньшую окружность в точке M , отличной от A . Лучи AO и AM вторично пересекают большую окружность в точках P и Q соответственно. Точка S лежит на дуге AQ большей окружности, не содержащей точку P .

- а) Докажите, что прямые PQ и BC параллельны.
- б) Известно, что $\sin \angle AOC = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Прямые PC и AQ пересекаются в точке K . Найдите отношение $QK : KA$.

21. Точка E — середина боковой стороны CD трапеции $ABCD$. На стороне AB взяли точку K так, что прямые CK и AE параллельны. Отрезок CK и BE пересекаются в точке O .

- а) Доказать, что $CO = KO$.
- б) Найти отношение оснований трапеции BC и AD , если площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{64}$ площади трапеции $ABCD$.

22. Окружность, вписанная в трапецию $ABCD$, касается ее боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Известно, что $AM = 8MB$ и $DN = 2CN$.

- а) Докажите, что $AD = 4BC$.
- б) Найдите длину отрезка MN , если радиус окружности равен $\sqrt{6}$.

23. Окружность, вписанная в трапецию $ABCD$, касается ее боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Известно, что $AM = 6MB$ и $2DN = 3CN$.

- а) Докажите, что $AD = 3BC$.
- б) Найдите длину отрезка MN , если радиус окружности равен $\sqrt{105}$.

24. В трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC вписана окружность с центром O .

- а) Докажите, что $\sin \angle AOD = \sin \angle BOC$.
- б) Найдите площадь трапеции, если $\angle BAD = 90^\circ$, а основания равны 5 и 7.