

ЕГЭ — 2017. Основная волна 02.06.2017. Вариант 431 (часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение: $\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2}\cos x - 8) = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

2. В треугольной пирамиде $SABC$ известны боковые рёбра: $SA = SB = 13$, $SC = 3\sqrt{17}$. Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы CM треугольника ABC . Эта высота равна 12.

а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.

б) Найдите объём пирамиды $SABC$.

3. Решите неравенство: $1 + \frac{11}{2^x - 8} + \frac{28}{4^x - 2^{x+4} + 64} \geq 0$.

4. В прямоугольном треугольнике ABC проведена высота CH из вершины прямого угла C . В треугольники ACH и BCH вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно, касающиеся прямой CH в точках M и N соответственно.

а) Докажите, что прямые AO_1 и CO_2 перпендикулярны.

б) Найдите площадь четырёхугольника MO_1NO_2 , если $AC = 20$ и $BC = 15$.

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 3,6 млн рублей?

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (x - 1) \cdot \sqrt{2x - a} = x$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

7. Задумано несколько натуральных чисел (не обязательно различных). Эти числа и все их возможные произведения (по 2 числа, по 3 числа и т. д.) выписывают на доску. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляют одно такое число n , а остальные числа, равные n , стирают. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 9, 12, 36.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 105, 315, 945?

в) Приведите все примеры шести задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор, наибольшее число в котором равно 82.