

Пробный ЕГЭ Санкт-Петербург, 11.04.2017. Вариант 1. (Часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение: $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$.

б) Определите, какие из его корней принадлежат отрезку $[2; \sqrt{10}]$.

2. В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M середина ребра $C_1 D_1$, а точка K делит ребро AA_1 в отношении $AK : KA_1 = 1 : 3$. Через точки K и M проведена плоскость α , параллельная прямой BD и пересекающая диагональ $A_1 C$ в точке O .

а) Докажите, что плоскость α делит диагональ $A_1 C$ в отношении $A_1 O : OC = 3 : 5$.

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью (ABC) , если дополнительно известно, что $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб.

3. Решите неравенство $\frac{2x^2 + 9x + 7}{\log_3(x^2 + 6x + 9)} \geq 0$.

4. Параллелограмм и окружность расположены так, что сторона AB касается окружности, CD является хордой, а стороны DA и BC пересекают окружность в точках P и Q соответственно.

а) Докажите, что около четырехугольника $ABQP$ можно описать окружность.

б) Найдите длину отрезка DQ , если известно, что $AP = a$, $BC = b$, $BQ = c$.

5. Дмитрий взял кредит в банке на сумму 270 200 рублей. Схема выплата кредита такова: в конце каждого года банк увеличивает на 10 процентов оставшуюся сумму долга, а затем Дмитрий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Дмитрий погасил кредит за три года, причем каждый его следующий платеж был ровно втрое больше предыдущего. Какую сумму Дмитрий заплатил в первый раз? Ответ дайте в рублях.

6. Найдите все такие значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{a \sin x + \cos x} = \sqrt{a \cos x + \sin x}$ имеет решения на отрезке $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

7. Дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, где a , b и c — натуральные числа, не превосходящие 100. Также известно, что числа a , b и c попарно отличаются друг от друга не менее, чем на 2.

а) Может ли такое уравнение иметь корень -7 ?

б) Может ли такое уравнение иметь корень -53 ?

в) Какой наименьший целый корень может иметь такое уравнение?