

### А. Ларин: Тренировочный вариант № 170.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\sin 2x \cdot \cos 4x = 1$ .

б) Укажите его корни, принадлежащие отрезку  $[2; 4]$ .

2. В правильной пирамиде  $PABC$  точки  $E, F, K, M, N$  — середины ребер  $AC, BC, PA, PB$  и  $PC$  соответственно.

А) Докажите, что объем пирамиды  $NEFMK$  составляет четверть объема пирамиды  $PABC$ .

Б) Найдите радиус сферы, проходящей через точки  $N, E, F, M, K$ , если известно, что  $AB = 8, AP = 6$ .

3. Решите неравенство  $|3^{x+1} - 9^x| + |9^x - 5 \cdot 3^x + 6| \leq 6 - 2 \cdot 3^x$ .

4. Дан квадрат  $ABCD$ . Точки  $K, L, M$  — середины сторон  $AB, BC$  и  $CD$  соответственно.  $AL$  пересекает  $DK$  в точке  $P$ ,  $DL$  пересекает  $AM$  в точке  $T$ ,  $AM$  пересекает  $DK$  в точке  $O$ .

А) Докажите, что точки  $P, L, T, O$  лежат на одной окружности;

Б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник  $PLTO$ , если  $AB = 4$ .

5. Два пешехода идут навстречу друг другу: один из  $A$  в  $B$ , а другой — из  $B$  в  $A$ . Они вышли одновременно, и когда первый прошел половину пути, второму оставалось идти еще 1,5 часа, а когда второй прошел половину пути, то первому оставалось идти еще 45 минут. На сколько минут раньше закончит свой путь первый пешеход, чем второй?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\log_2^2 |4 - x^2| - 2a \cdot \log_2 |x^2 - 4| + a + 6 = 0$$

имеет ровно четыре различных корня.

7. Про натуральное пятизначное число  $N$  известно, что оно делится на 12, и сумма его цифр делится на 12.

А) Могут ли все пять цифр в записи числа  $N$  быть различными?

Б) Найдите наименьшее возможное число  $N$ ;

В) Найдите наибольшее возможное число  $N$ ;

Г) Какое наибольшее количество одинаковых цифр может содержаться в записи числа  $N$ ? Сколько всего таких чисел  $N$ , содержащих в своей записи наибольшее количество одинаковых цифр?