

А. Ларин: Тренировочный вариант № 170.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 2x \cdot \cos 4x = 1$.

б) Укажите его корни, принадлежащие отрезку $[2; 4]$.

2. В правильной пирамиде $PABC$ точки E, F, K, M, N — середины ребер AC, BC, PA, PB и PC соответственно.

А) Докажите, что объем пирамиды $NEFMK$ составляет четверть объема пирамиды $PABC$.

Б) Найдите радиус сферы, проходящей через точки N, E, F, M, K , если известно, что $AB = 8, AP = 6$.

3. Решите неравенство $|3^{x+1} - 9^x| + |9^x - 5 \cdot 3^x + 6| \leq 6 - 2 \cdot 3^x$.

4. Дан квадрат $ABCD$. Точки K, L, M — середины сторон AB, BC и CD соответственно. AL пересекает DK в точке P , DL пересекает AM в точке T , AM пересекает DK в точке O .

А) Докажите, что точки P, L, T, O лежат на одной окружности;

Б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырехугольник $PLTO$, если $AB = 4$.

5. Два пешехода идут навстречу друг другу: один из A в B , а другой — из B в A . Они вышли одновременно, и когда первый прошел половину пути, второму оставалось идти еще 1,5 часа, а когда второй прошел половину пути, то первому оставалось идти еще 45 минут. На сколько минут раньше закончит свой путь первый пешеход, чем второй?

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_2^2 |4 - x^2| - 2a \cdot \log_2 |x^2 - 4| + a + 6 = 0$$

имеет ровно четыре различных корня.

7. Про натуральное пятизначное число N известно, что оно делится на 12, и сумма его цифр делится на 12.

А) Могут ли все пять цифр в записи числа N быть различными?

Б) Найдите наименьшее возможное число N ;

В) Найдите наибольшее возможное число N ;

Г) Какое наибольшее количество одинаковых цифр может содержаться в записи числа N ? Сколько всего таких чисел N , содержащих в своей записи наибольшее количество одинаковых цифр?