

А. Ларин: Тренировочный вариант № 165.

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Дано уравнение $|\cos x + 1| = \cos 2x + 2$.

а) Решите уравнение.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $PABC$ боковое ребро равно 5, а сторона основания равна 6. На продолжении ребра PA отмечена точка M так, что $MA : MP = 9 : 16$.

а) Докажите, что плоскости PBC и MBC перпендикулярны.

б) Найдите объем пирамиды $MABC$.

3. Решите неравенство $\frac{2^{x+1}\sqrt{2^{x+1}-1}}{2^x-15} \leq \frac{\sqrt{2^{x+1}-1}}{2^x-8}$.

4. В треугольнике ABC $BA = 8$, $BC = 7$, угол B равен 120° . Вписанная в треугольник окружность ω касается стороны AC в точке M .

а) Докажите, что $AM = BC$.

б) Найдите длину отрезка с концами на сторонах AB и AC , перпендикулярного AB и касающегося окружности ω .

5. 20-го декабря Валерий взял кредит в банке на сумму 500 тысяч рублей сроком на пять месяцев. Условия возврата кредита представлены ниже:

- 5-го числа каждого месяца долг увеличивается на целое число n процентов по сравнению с предыдущим месяцем;
- с 6-го по 19-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 20-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с таблицей:

Дата	20.12	20.01	20.02	20.03	20.04	20.05
Долг, тыс. руб.	500	400	300	200	100	0

Найдите наименьшее целое n , при котором сумма выплат сверх взятого кредита (выплаты по процентам) составит более 200 тысяч рублей.

6. Найдите все a , при каждом из которых уравнение $x^4 - x^2 + \frac{|ax|}{3\sqrt{3}} + a^3 - a^2 - 2a = 0$ имеет ровно три корня. Для каждого a укажите корни.

7. Многочисленное число 123456789101112...9991000 получено в результате последовательной записи без пробелов тысячи первых натуральных чисел.

- а) Какое наибольшее количество одинаковых цифр, стоящих рядом, содержится в записи этого числа?
- б) Сколько всего цифр содержится в записи данного числа?
- в) Какая цифра в записи этого числа стоит на 2016-м месте?