

Задания 16 (С4) ЕГЭ 2016

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

- а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC .
- б) Найдите угол OIH , если $\angle ABC = 55^\circ$.

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

- а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны.
- б) Найдите отношение $EH : AC$, если угол ABC равен 30° .

3. В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

- а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.
- б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

4. Квадрат $ABCD$ вписан в окружность. Хорда CE пересекает его диагональ BD в точке K .

- а) Докажите, что $CK \cdot CE = AB \cdot CD$.
- б) Найдите отношение CK и KE , если $\angle ECD = 15^\circ$.

5. В прямоугольном треугольнике ABC точки M и N — середины гипотенузы AB и катета BC соответственно. Биссектриса угла BAC пересекает прямую MN в точке L .

- а) Докажите, что треугольники AML и BLC подобны.
- б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$.

6. Окружность касается стороны AC остроугольного треугольника ABC и делит каждую из сторон AB и BC на три равные части.

- а) Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
- б) Найдите, в каком отношении высота этого треугольника делит сторону BC .

7. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C точки M и N — середины катетов AC и BC соответственно, CH — высота.

- а) Докажите, что прямые MN и NH перпендикулярны.
- б) Пусть P — точка пересечения прямых AC и NH , а Q — точка пересечения прямых BC и MN . Найдите площадь треугольника PQM , если $AN = 4$ и $BH = 2$.

8. На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC как на диаметрах построены окружности, второй раз пересекающиеся в точке M . Точка Q лежит на меньшей дуге MB окружности с диаметром BC . Прямая CQ второй раз пересекает окружность с диаметром AC в точке P .

- а) Докажите, что прямые PM и QM перпендикулярны.
- б) Найдите PQ , если $AM = 1$, $BM = 3$, а Q — середина дуги MB .

9. Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$, перпендикулярна диагонали AC и пересекает сторону AD в точке M , равноудаленной от вершин B и D .

- а) Докажите, что BM и BD делят угол B на три равных угла.
- б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$ до прямой CM , если $BC = 6\sqrt{21}$.