

### Задания 14 (С2) ЕГЭ 2016

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB = 6$ , а боковое ребро  $AA_1 = 4\sqrt{3}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1 D_1$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = A_1 N = C_1 K = 1$ .

- Пусть  $L$  — точка пересечения плоскости  $MNK$  с ребром  $BC$ . Докажите, что  $MNKL$  — квадрат.
- Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MNK$ .

2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  сторона основания равна 12, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{6}$ . На рёбрах  $AB$  и  $B_1 C_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$ , соответственно, причём  $AK = 2$ , а  $B_1 L = 4$ . Точка  $M$  — середина ребра  $A_1 C_1$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна ребру  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\gamma$ .

3. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 8, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $4\sqrt{2}$ . На рёбрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $BK = C_1 L = 2$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $A_1 C$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $\gamma$ .

4. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона  $AB$  основания равна  $2\sqrt{3}$ , а высота  $SH$  пирамиды равна 3. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $CD$  и  $AB$  соответственно, а  $NT$  — высота пирамиды  $NSCD$  с вершиной  $N$  и основанием  $SCD$ .

- Докажите, что точка  $T$  является серединой  $SM$ .
- Найдите расстояние между  $NT$  и  $SC$ .

5. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  — середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $K$ .

- Докажите, что  $B_1 K : KC_1 = 2 : 1$ .
- Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

6. В основании прямой треугольной призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  лежит прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ ,  $AC = 4$ ,  $BC = 16$ ,  $AA_1 = 4\sqrt{2}$ . Точка  $Q$  — середина ребра  $A_1 B_1$ , а точка  $P$  делит ребро  $B_1 C_1$  в отношении  $1 : 2$ , считая от вершины  $C_1$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $A_1$  до плоскости  $APQ$ .

7. На рёбрах  $CD$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 4$ , а  $B_1 Q = 3$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $APQ$ .

8. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона  $AB$  основания равна 12, а высота призмы равна 2. На рёбрах  $B_1C_1$  и  $AB$  отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $PC_1 = 3$ , а  $AQ = 4$ . Плоскость  $A_1PQ$  пересекает ребро  $BC$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $BC$ .
- Найдите расстояние от точки  $B$  до плоскости  $A_1PQ$ .

9. На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 10$ , а  $B_1Q = 4$ . Плоскость  $A_1PQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1PQ$ .

10. На рёбрах  $DD_1$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 8 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 7$ , а  $B_1Q = 3$ . Плоскость  $A_1PQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $C_1$  до плоскости  $A_1PQ$ .

11. На рёбрах  $CD$  и  $BB_1$  куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 12 отмечены точки  $P$  и  $Q$  соответственно, причём  $DP = 4$ , а  $B_1Q = 3$ . Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $CC_1$  в точке  $M$ .

- Докажите, что точка  $M$  является серединой ребра  $CC_1$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $APQ$ .

12. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  боковое ребро  $SA$  равно  $\sqrt{5}$ , а высота  $SH$  пирамиды равна  $\sqrt{3}$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $CD$  и  $AB$ , соответственно, а  $NT$  — высота пирамиды с вершиной  $N$  и основанием  $SCD$ .

- Докажите, что точка  $T$  является серединой  $SM$ .
- Найдите расстояние между  $NT$  и  $SC$ .

13. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 8. На рёбрах  $AA_1$  и  $CC_1$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AM = 3$ ,  $CN = 1$ .

- Докажите, что плоскость  $MNB_1$  разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.
- Найдите объём тетраэдра  $MNB_1$ .

14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 6. На рёбрах  $AA_1$  и  $CC_1$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AM = 2$ ,  $CN = 1$ .

- Докажите, что плоскость  $MNB_1$  разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.
- Найдите объём тетраэдра  $MNB_1$ .

15. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{2}$ . На ребрах  $BC$  и  $C_1D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $BK = 4$ ,  $C_1L = 5$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $AC_1$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $B_1$  до плоскости  $\gamma$ .

16. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  сторона  $AB$  основания равна 16, а высота пирамиды равна 4. На рёбрах  $AB$ ,  $CD$  и  $AS$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = DN = 4$  и  $AK = 3$ .

- Докажите, что плоскости  $MNK$  и  $SBC$  параллельны.
- Найдите расстояние от точки  $M$  до плоскости  $SBC$ .

17. В правильной треугольной призме  $ABCA'B'C'$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA'$  равно 3. На ребре  $AB$  отмечена точка  $K$  так, что  $AK = 1$ . Точки  $M$  и  $L$  — середины рёбер  $A'C'$  и  $B'C'$  соответственно. Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

- Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .
- Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\gamma$ .

**18.** В треугольной пирамиде  $ABCD$  двугранные углы при рёбрах  $AD$  и  $BC$  равны.  $AB = BD = DC = AC = 5$ .

- а) Докажите, что  $AD = BC$ .
- б) Найдите объем пирамиды, если двугранные углы при  $AD$  и  $BC$  равны  $60^\circ$ .