

ЕГЭ по математике 06.06.2016. Основная волна. Вариант 610 (часть 2).

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение $\sin 2x = \sin x - 2 \sin \left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

2. На рёбрах DD_1 и BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 8 отмечены точки P и Q соответственно, причём $DP = 7$, а $B_1 Q = 3$. Плоскость $A_1 P Q$ пересекает ребро CC_1 в точке M .

- а) Докажите, что точка M является серединой ребра CC_1 .
- б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости $A_1 P Q$.

3. Решите неравенство $3^x + \frac{2 \cdot 3^{x+1}}{3^x - 3} + \frac{9^x + 26 \cdot 3^x + 21}{9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27} \leq 1$.

4. На продолжении стороны AC за вершину A треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = AB$. Прямая, проходящая через точку A параллельно BD , пересекает сторону BC в точке M .

- а) Докажите, что AM — биссектриса треугольника ABC .
- б) Найдите S_{AMBD} , если $AC = 10$, $BC = 8$ и $AB = 6$.

5. Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик пополняет вклад на x млн рублей, где x — **целое** число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 6 млн рублей.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-3)(3x-9-y) = |x-3|^3, \\ y = x+a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

7. На доске написано 30 чисел: десять «5», десять «4» и десять «3». Эти числа разбивают на две группы, в каждой из которых есть хотя бы одно число. Среднее арифметическое чисел в первой группе равно A , среднее арифметическое чисел во второй группе равно B . (Для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу.)

а) Приведите пример разбиения исходных чисел на две группы, при котором среднее арифметическое всех чисел меньше $\frac{A+B}{2}$.

б) Докажите, что если разбить исходные числа на две группы по 15 чисел, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{A+B}{2}$.

в) Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{A+B}{2}$.