

## ЕГЭ — 2016. Досрочная волна. Вариант 202. Юг

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $\cos 2x + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0,75$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  все рёбра равны 8. На рёбрах  $AA_1$  и  $CC_1$  отмечены точки  $M$  и  $N$  соответственно, причём  $AM = 3$ ,  $CN = 1$ .

а) Докажите, что плоскость  $MNB_1$  разбивает призму на два многогранника, объёмы которых равны.

б) Найдите объём тетраэдра  $MNB_1$ .

3. Решите неравенство  $(4x + 13) \cdot \log_{x^2 + 6x + 10}(3x + 10) \geq 0$ .

4. Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — середины сторон соответственно  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , в котором угол  $A$  тупой.

а) Докажите, что отличная от  $A_1$  точка пересечения окружностей, описанных около треугольников  $A_1CB_1$  и  $A_1BC_1$ , лежит на окружности, описанной около треугольника  $B_1AC_1$ .

б) Известно, что  $AB = AC = 13$  и  $BC = 24$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры окружностей, описанных около треугольников  $A_1CB_1$ ,  $A_1BC_1$  и  $B_1AC_1$ .

5. Вклад в размере 6 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную целому числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад станет не меньше 15 млн рублей.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - xy - 4y + 4}{\sqrt{x+2}} = 0, \\ y = x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. Вася перемножил несколько различных натуральных чисел из отрезка  $[13; 70]$ . Петя увеличил каждое из Васиных чисел на 1 и перемножил все полученные числа.

а) Может ли Петин результат быть ровно вдвое больше Васиного?

б) Может ли Петин результат быть ровно в 7 раз больше Васиного?

в) В какое наибольшее целое число раз Петин результат может быть больше Васиного?

