

## ЕГЭ по математике 06.06.2016. Основная волна. Юг (часть 2)

При выполнении заданий с кратким ответом впишите в поле для ответа цифру, которая соответствует номеру правильного ответа, или число, слово, последовательность букв (слов) или цифр. Ответ следует записывать без пробелов и каких-либо дополнительных символов. Дробную часть отделяйте от целой десятичной запятой. Единицы измерений писать не нужно.

Если вариант задан учителем, вы можете вписать или загрузить в систему ответы к заданиям с развернутым ответом. Учитель увидит результаты выполнения заданий с кратким ответом и сможет оценить загруженные ответы к заданиям с развернутым ответом. Выставленные учителем баллы отобразятся в вашей статистике.

1. а) Решите уравнение  $2\sin^2 x = 3\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

2. В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона  $AB$  основания равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно  $3\sqrt{2}$ . На ребрах  $BC$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $K$  и  $L$  соответственно, причём  $BK = 4$ ,  $C_1 L = 5$ . Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $BD$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .

а) Докажите, что прямая  $AC_1$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .

б) Найдите расстояние от точки  $B_1$  до плоскости  $\gamma$ .

3. Решите неравенство  $8^x - 3 \cdot 4^x + \frac{9 \cdot 4^x - 288}{2^x - 9} \leq 32$ .

4. В треугольнике  $ABC$  угол  $ABC$  равен  $60^\circ$ . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны  $AC$  в точке  $M$ .

а) Докажите, что отрезок  $BM$  не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите  $\sin \angle BMC$ , если известно, что отрезок  $BM$  в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.

5. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	$S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

6. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $2^x - a = \sqrt{4^x - 3a}$  имеет единственный корень.

7. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

а) Приведите пример последовательных 5 ходов.

б) Можно ли сделать 10 ходов?

в) Какое наибольшее число ходов можно сделать?