В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $AA_1 = 8$. На ребрах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $AP = 2$, $CQ = 2$. Плоскость α проходит через прямую PQ параллельно диагонали призмы BD_1.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро DD_1 в отношении 2 : 1, считая от вершины D.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью α.