Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD в точке N, причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении 1 : 4.

б) Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{6}$.