

Натуральное число $n > 1$ называется свободным от квадратов, если оно не делится ни на один квадрат натурального числа, кроме 1. Составим две последовательности натуральных чисел: $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$, где a_n наибольший делитель числа n , являющийся точным квадратом натурального числа, b_n — наибольший свободный от квадратов делитель числа n . Обозначим через $t(n)$ количество делителей числа n .

- Может ли выполняться равенство $t(n) = t(a_n) + t(b_n)$?
- Сколько натуральных чисел $n \leq 100$ удовлетворяют равенству $t(n) = t(a_n) + 1$?
- Какие натуральные числа удовлетворяют равенству $a_n \cdot b_n = n$? Какое наибольшее натуральное число $n \leq 1000$ удовлетворяет неравенству $a_n \cdot b_n > n$?